Atena Editora

Ano 2022

CUTTING-EDGE RESEARCH IN MATHEMATICS AND ITS APPLICATIONS

Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira
(Organizadores)

Atena Editora
Ano 2022

CUTTING-EDGE RESEARCH IN MATHEMATICS AND ITS APPLICATIONS

Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira
(Organizadores)

CIÊNCIAS
EXATAS E
DA TERRA E
ENGENHARIAS

Atena
Editora
Ano 2022

Cutting-edge research in mathematics and its applications

Diagramação: Camila Alves de Cremo
Correção: Yaiddy Paola Martinez
Indexação: Amanda Kelly da Costa Veiga
Revisão: Os autores
Organizadores: Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

C991 Cutting-edge research in mathematics and its applications / Organizadores Américo Junior Nunes da Silva, André Ricardo Lucas Vieira. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2022.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-5983-957-5
DOI: https://doi.org/10.22533/at.ed.575221502

1. Mathematics. I. Silva, Américo Junior Nunes da (Organizador). II. Vieira, André Ricardo Lucas (Organizador). III. Título.

CDD 510

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná – Brasil
Telefone: +55 (42) 3323-5493
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.

DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access, desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce,* ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.

INTRODUCTION

The new coronavirus pandemic took everyone by surprise. Suddenly, at the beginning of 2020, we had to change our life and professional routines and adapt to a "new normal", where social distancing was put as the main measure to stop the spread of the disease. Several economic segments of society, in the hands of what was put by the health authorities, needed to rethink their activities.

The social, political and cultural context, as highlighted by Silva, Nery and Nogueira (2020), has demanded very particular issues for society. This, in a way, has led managers to look at training spaces with different eyes. Society has changed, in this scenario of inclusion, technology and a "new normal"; with this, it is important to pay attention to training spaces, in a dialogical movement of (re)thinking the different ways of doing science. Research, in the meantime, has become an important place to broaden the view on the numerous problems, especially with regard to mathematical knowledge (SILVA; OLIVEIRA, 2020).

In this complex and plural society that Mathematics subsidizes the bases of reasoning and the tools to work in other areas; it is perceived as part of a movement of human and historical construction and it is important to help in the understanding of the different situations that surround us and the countless problems that are unleashed daily. It is important to reflect on all of this and understand how mathematicians and the humanistic movement made possible by their work happen.

Teaching Mathematics goes far beyond applying formulas and rules. There is a dynamic in its construction that needs to be noticed. It is important, in the teaching and learning processes of Mathematics, to prioritize and not lose sight of the pleasure of discovery, something peculiar and important in the process of mathematizing. This, to which we referred earlier, is one of the main challenges of the mathematician educator, as D'Ambrósio (1993) asserts. In this sense, the book "Cutting-edge research in mathematics and its applications " was born: as allowing the different research experiences in Mathematics to be presented and constituted as a training channel for those interested. Here we have gathered articles by authors from different countries.

We hope that this work, in the way we organize it, awaken provocations, concerns and reflections in the readers. After this reading, we can look at Mathematics with different eyes. We therefore wish you a good read.

Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira

REFERENCES

D´AMBROSIO, Beatriz S. Formação de Professores de Matemática Para o Século XXI: O Grande Desafio. **Pro-Posições**. v. 4. n. 1 [10]. 1993.

SILVA, A. J. N. DA; NERY, ÉRICA S. S.; NOGUEIRA, C. A. Formação, tecnologia e inclusão: o professor que ensina matemática no "novo normal". **Plurais Revista Multidisciplinar**, v. 5, n. 2, p. 97-118, 18 ago. 2020.

SILVA, A. J. N. da; OLIVEIRA, C. M. de. A pesquisa na formação do professor de matemática. **Revista Internacional de Formação de Professores**, [S. l.], v. 5, p. e020015, 2020. Disponível em: https://periodicoscientificos.itp.ifsp.edu.br/index.php/rifp/article/view/41. Acesso em: 18 maio. 2021.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

ERRORES EN LA REPRODUCCIÓN DE FIGURAS A PARTIR DE UN EJE DE SIMETRÍA:UNA EXPERIENCIA EN UN TERCERO BÁSICO

Data de aceite: 01/02/2022

Andrea Araya Galarce
Santiago, Chile

Sharon Neira Figueroa
Santiago, Chile

Macarena Valenzuela Molina
Santiago, Chile

RESUMEN*:* En el presente trabajo se identificarán los errores y dificultades más frecuentes en el aprendizaje de geometría: simetrías, con la finalidad de aportar con interrogantes para los futuros docentes las cuales llevarán a cuestionarse la forma de ver el contenido y posibles soluciones para la enseñanza de este.

PALABRAS CLAVE: Errores, obstáculos y dificultades, simetría.

ERRORS IN THE REPRODUCTION OF FIGURES FROM AN AXIS OF SYMMETRY: AN EXPERIENCE IN THIRD GRADE

ABSTRACT: In this work, the most frequent errors and difficulties in the learning of geometry will be identified: symmetry, in order to provide questions for future teachers which will lead to questioning the way of seeing the content and possible solutions for teaching this.

KEYWORDS: Errors, difficulties in teaching, symmetry.

INTRODUCCIÓN

Usualmente en matemáticas, la enseñanza de la geometría pasa a ser un tema netamente memorístico, el cual considera fórmulas para diversos ejercicios (área, perímetro, volumen, etc.), restandole importancia al razonamiento que podría tener el estudiante en otras ramas de la geometría. (Gamboa y Ballestero; 2009) Por este motivo, la investigación realizada dará cuenta de la poca comprensión que tienen los niños y niñas las ramas de la geometría que involucran el razonamiento y la construcción de figuras (en este caso el enfoque será solo en el área de la simetría).

ANTECEDENTES Y JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO

Nace la necesidad de investigar los errores y dificultades específicamente en las simetrías debido a que este tema permite desarrollar el pensamiento lógico (Valencia y Galeno; 2005), ayudándonos en el reconocimiento de figuras, de sus movimientos, ubicación, perspectiva, etc. Además, este contenido nos permite realizar con facilidad ejercicios para calcular área y perímetro de figuras.

Por estas características de la simetría, se hace preciso asegurase de que el estudiante aprenda de manera significativa la materia, sus

propiedades y cómo aplicarlas en los ejercicios planteados y en la cotidianeidad. Para ello, es necesario conocer en una primera instancia ¿cuáles son los errores y dificultades más frecuentes de los niños y niñas en el área de la simetría?El objetivo del presente estudio es describir los errores que cometen los estudiantes de tercer año básico, al resolver ejercicios de simetría.

DESARROLLO

Esta investiación busca reconocer cuales son los errores más comunes en la aplicacion de simetria, a través de un instrumento de recopilacion de datos. Para introducirnos y explorar en el ambitos de los errores y dificultades de la simetria, se realizo una búsqueda de información en internet y en diferentes textos, por lo que el mejor documento que encontramos sobre errores y dificultades en simetria fue de Hernandez y Sánchez.

Según el trabajo tituladosimetría axial en figuras planas de Hernández y Sánchez, (2018) podemos evidenciar una serie de dificultades con sus errores correspondientes. Fue de ahí que se extrajo la siguiente información con los errores que se consideran más comunes:

Dificultades	Errores
Dificultad para definir cuando una recta es un eje de simetría	1. Dividir o reflejar una imagen sin que quede simétrica
Dificultad para conocer parcialmente las propiedades de la simetría axial de figuras plana	1. Construir una imagen de tamaño diferente a la pre-imagen. 2. Confundir la inversión de una figura con la rotación.

Tabla 1: Errores y dificultades de simetría axial en figuras planas

A continuación, en el siguiente cuadro se mostrarán algunos ejemplos de errores y dificultades que tienen los estudiantes en la representación de figuras simétricas:

Categoría	Descripción	Ejemplo
Construcción diferente tamaño	Consiste en dibujar la figura más grande o más pequeña a la figura original.	
Figura invertida	Consiste en dibujar la figura opuesta a su forma original.	
Figura no simétrica	Consiste en darle una forma distinta a la figura original.	

Tabla 2: Errores y dificutades de eje de simetría

Metodología Cualitativa

En nuestra investigación se realizará una toma de datos la cual estará basada en la metodología cualitativa, puesto que, cumple con las características planteadas por Rodríguez y Valldeoriola (2011) en el texto "Metodología de la investigación", en la cual especifica que la metodología cualitativa se aplica en los estudios de caso, y es exactamente lo que se realizará por medio de esta investigación.

Además, la presente investigación busca resultados a partir de una muestra, la cual está centrada en un fenómeno observable (errores en simetría), con criterios establecidos, acompañada de un trabajo de fuentes y de un instrumento de recogida de datos, otro punto importante para la investigación cualitativa.

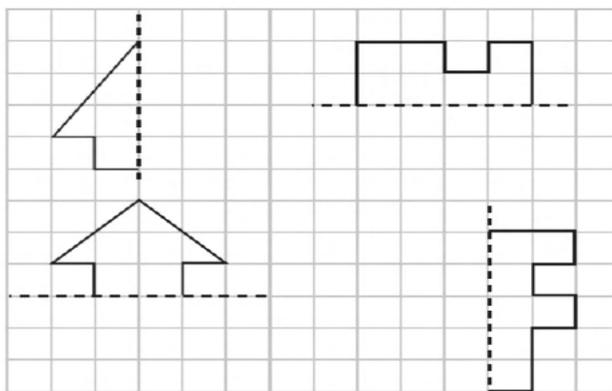
En el análisis de datos se adjuntarán imágenes, las cual mostrarán los resultados obtenidos con el fin de lograr identificar el o los errores de los estudiantes que cometen, según los planteados anteriormente en la tabla 1.

Lo anterior permitirá describir los errores que cometen los estudiantes y dar ejemplos de ellos. Para cumplir con el objetivo se realizó un estudio a 38 alumnos de tercero básico en un colegio de Estación Central, Chile. Estos sujetos de estudio son de tercero básico, tienen entre ocho y nueve años, realizan diez horas de matemáticas a la

semana y pertenecen a la educación tradicional.

Instrumento de evaluación: “Eje de Simetría”

El instrumento de recogida de datos es un test escrito que contiene una actividad de completar cuatro figuras, de tal forma que sean simétricas, como se muestra en la figura 3.

IV) Completa las siguientes figuras de manera que sean simétricas:

Análisis

Después de aplicar el instrumento de evaluación, se pudo obtener que en la pregunta IV hubo 18 alumnos que lograron completar las figuras según su eje de simetría, 11 alumnos que construyeron las figuras no simétricas, 4 alumnos que realizaron inversión de la figura, 3 alumnos que construyeron más pequeña y 2 estudiantes que dibujaron más grande la figura en relación a la original.

Los errores en los que se basa la investigacion son correspondientes al tamaño de la figura, (las figuras eran mucho más pequeñas y por lo tanto no simétricas). Se puede evidenciar que un número menor de estudiantes tuvo problemas con el tamaño de la figura dibujada, la cual era más grande o más pequeña a la dada por el docente, sin embargo, es evidente la poca comprensión de estos alumnos sobre la simetría, ya que, dibujar las figuras con distinto tamaño da cuenta de que no entienden que la simetría bilateral (que es la presentada en la actividad) representa dos mitades exactas de un figura.

En las siguientes imágenes observaremos algunos errores que los estudiantes realizaron al momento de completar las figuras.

En esta imagen se puede observar que el estudiante construye las figuras más grandes de lo que son originalmente, tal cual, como el error presentado por Hernández y Sánchez, (2018), en donde, la construcción es de tamaño irregular (más grande o pequeña).

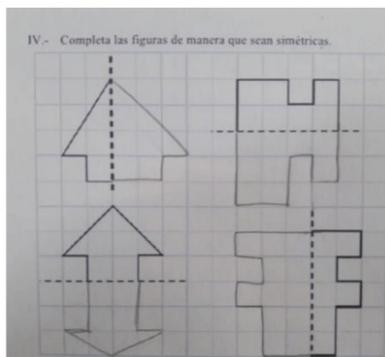



Figura 1: Construcción de diferente tamaño.

En esta imagen se puede observar que el estudiante construye las figuras de tres maneras distintas: más grandes, más pequeñas y de forman inversa a la figura original, tal como lo manifiesta Hernández y Sánchez, (2018), en la cual describe que los/las estudiantes realizan las figuras de tamaños irregulares e invierten la construcción de la figura original.

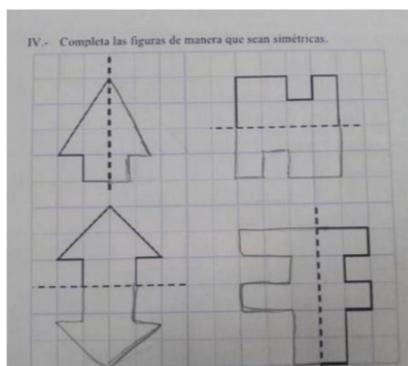



Figura 2: Construcción de diferente tamaño / Invertida

En esta imagen se puede observar que el estudiante construye las figuras de manera simétrica, respetando el tamaño, forma y eje de simetría.

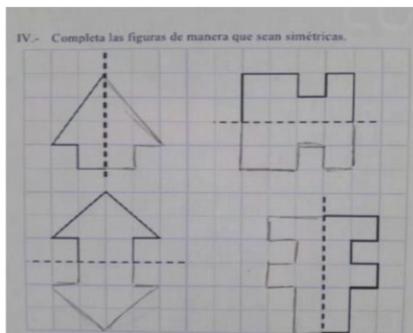



Figura 3: Simetría bilateral

Luego de la aplicación de este instrumento, es posible observar y evidenciar los errores mencionados por Hernández y Sánchez, (2018) en su investigación.

CONCLUSIÓN

El trabajo realizado, nos llevó a mejorar la metodología en la enseñanza de geometría, específicamente la simetría dentro del plano. Como sabemos, un eje de simetría es la línea recta imaginaria que divide en dos partes iguales a una figura (Coronel, F. 2016). Pero ¿qué pasa cuando los estudiantes no logran imaginarse esta línea? Como para los estudiantes es muy difícil imaginarse el eje de simetría en los objetos y en este caso, las figuras geométricas, se logran identificar diversos errores a la hora de construir la otra parte de la figura, tales comola irregularidad del tamaño, la inversion de la figura o la mezcla de ambos errores mencionados anteriomente.

Es por esto, que al momento de realizar el diagnóstico del instrumento de evaluación se puede observar que el error más frecuente fue: la construccion de figuras no simetricas, respecto a la figura original, cambiando el tamaño o simplemente no llegando a la simetría esperada.

Por ello una buena propuesta para los docentes que deban enseñar este contenido es realizar actividades constructivistas, ya que, como plantea Vygotsky (Rosas y Sebastián, 1999), el aprendizaje significativo es esencial para que el estudiante interiorice los contenidos, ya que, de esta manera se espera que el estudinte interiorice los aprendizajes de tal manera de entender la simetría bilateral y su utilidad en la cotidaneidad.

REFERENCIAS

Camargo, L.; Acosta, M. (2012). La geometría, su enseñanza y su aprendizaje. Bogotá, Colombia: Facultad de Ciencias y Tecnologías.

Coronel. F. (2016). Un maravilloso viaje por el mundo de la geometría. Octubre 13, 2018, de Slideplayer Sitio web: https://slideplayer.es/slide/10992594/

Fernández, M. y Cajaraville, J. (2007). Un estudio de evaluación sobre el tratamiento de las isometrías en el segundo ciclo de la ESO en Galicia. Santiago, Chile: Facultad de Ciencias de Educación.

Gamboa, R.; Ballesteros, E. (2009). Algunas reflexiones sobre la didáctica de la geometría. Costa Rica: Universidad Nacional.

Hernández, N. Meneses, N.; Sánchez, Y.; Montealegre, G.; & Parra, S. (2018). Simetría axial en figuras planas. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.

Rodríguez, D.; Valldeoriola, J. (2011). Metodología de la investigación. Barcelona, España: Universitat Oberta de Catalunya.

Rosas, R. y Sebastián, C. (1999). Piaget, Vygotski y Maturana, constructivismo a tres voces. Buenos Aires, Argentina: Aique.

Valencia, G.; Galeno, B. (2005). Aprestamiento de la lógica matemática (Guía didáctica y modulo). Medellín, Colombia: Fundacón Universitaria Luis Amigó

CAPÍTULO 2

INNOVACIONES METODOLOGÍCAS EN CURSOS INICIALES DE MATEMATICA EN EDUCACION SUPERIOR: TRANSFORMACION DE CURSOS CON USO DE METODOLOGÍAS ACTIVAS

Data de aceite: 01/02/2022

Carmen Soledad Yañez Arriagada
Universidad Católica de Temuco
Chile

Valeria Soledad Carrasco Zúñiga
Universidad Católica de Temuco
Chile

RESUMEN: Se presenta una experiencia de Innovación metodológica, dirigida a la transformación de la enseñanza y aprendizaje mediante la implementación de metodologías activas en cursos de Matemática en Educación Superior, que espera contribuir al mejoramiento de las prácticas docentes efectivas para el logro de aprendizajes profundos de los estudiantes. Las innovaciones implementadas son: 'Flipped Classroom', Aprendizaje entre Pares y otras como: la resolución de problemas contextualizados y metodología de proyecto. Se rediseñó el curso mediante el "alineamiento constructivo" entre los resultados de aprendizaje, evaluación y actividades de aprendizaje. Los resultados indican un rol más activo de los estudiantes, mayor autonomía y mejoramiento en el rendimiento académico, a la vez un cambio en el modelo docente de uno centrado en la enseñanza a uno con énfasis en el aprendizaje. Todo lo cual lleva a un aumento de un clima positivo en el aula, que propicia un aprendizaje profundo.

PALABRAS CLAVE: Metodologías activas; Flipped Classroom ; Aprendizajes Profundos.

METHODOLOGICAL INNOVATIONS IN INITIAL COURSES OF MATH IN HIGHER EDUCATION: TRANSFORMATION OF COURSES WITH THE USE OF ACTIVE METHODOLOGIES

ABSTRACT: An experience of methodological innovation is presented, aimed at the transformation of teaching and learning through the implementation of active methodologies in Mathematics courses in Higher Education, which hopes to contribute to the improvement of effective teaching practices for the achievement of deep learning of students . The innovations implemented are: 'Flipped Classroom', Peer Learning and others such as: the resolution of contextualized problems and project methodology. The course was redesigned through "constructive alignment" between learning outcomes, assessment, and learning activities. The results indicate a more active role of students, greater autonomy and improvement in academic performance, as well as a change in the teaching model from one focused on teaching to one with emphasis on learning. All of which leads to an increase in a positive classroom climate, which is conducive to deep learning.

KEYWORDS: Active methodologies; Flipped Classroom; Deep Learning.

1 I INTRODUCCIÓN

La UC Temuco respondiendo a la mejora continua de los procesos de enseñanza y aprendizaje en Educación Superior, implementa un Modelo Educativo por Competencias,

centrado en el estudiante. Esto ha llevado a una renovación curricular. El problema actual se focaliza en las dificultades asociadas al aprendizaje de los estudiantes en los cursos de matemática de primer año de la UC Temuco, específicamente en la asignatura de Álgebra y Cálculo. Estos cursos presentan, altas tasas de reprobación, estudiantes pasivos, metodologías de enseñanza tradicionales y mala utilización de recursos tecnológicos existentes.

2 | REFERENCIAL TEÓRICO

La educación superior en Chile ha pasado, de un sistema altamente selectivo y homogéneo a uno caracterizado por la masificación y heterogeneidad de la matrícula (Lemaitre, 2005; De los Ríos 2009). De estudiantes "académicos" caracterizados por una orientación profunda hacia el aprendizaje a estudiantes "no académicos, con una orientación superficial. Hoy en día, esta relación se ha invertido. (Biggs, 2006). Lo anterior ha generado cuestionamiento en la docencia universitaria, demandando un cambio de modelo, de uno centrado en la enseñanza del profesor a otro centrado en el aprendizajes de los estudiantes (Biggs, 2006).

3 | METODOLOGÍA

Se inicia la transformación con la aplicación de un diagnóstico situacional que permita la reformulación de los Resultados de Aprendizaje, sobre la base del 'alineamiento constructivo' (Biggs, 2006). El rediseño se orienta hacia un aprendizaje significativo y profundo, centrado en el alumno, que logre fortalecer su autonomía. Para ello se utilizó como eje central el método de enseñanza y aprendizaje, la 'Flipped clasroom' con apoyo tecnológico.

4 | RESULTADOS

Mejora el ambiente de trabajo, la clase es un espacio de interactividad, incentiva la resolución de problemas en aula, mayor y mejor comunicación. El alumno potencia el trabajo autónomo y colaborativo, mejora distribución del tiempo; comienza a ser el constructor de su propio aprendizaje. El docente pasa a tener un rol de facilitador y guía.

5 | CONCLUSIONES

La Metodología Flipped Classroom ha sido positiva para alumnos con un tipo de aprendizaje concreto, ya que facilita que este tipo de estudiante transite 'naturalmente' hacia niveles de mayor abstracción, desarrollando actividades que van de una menor a mayor complejidad cognitiva.

REFERENCIAS

Biggs, J. (2006). ***Calidad del aprendizaje universitario*** (2da ed.). Madrid: Narcea.

De los Rios, D. (2009). **Retención de estudiantes vulnerables en la educación Universitaria Chilena**. *Calidad En La Educación,* 50-83.

Lemaitre, M. (2005). **La Calidad Colonizada: Universidad y globalización**. *Revista De La Educación Superior, 34*(1), 123-1

CAPÍTULO 3

DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES ASOCIADOS AL INFINITO EN ESTUDIANTES DE ÚLTIMO AÑO DE PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICA

Data de aceite: 01/02/2022

Cristián Bustos Tiemann
Universidad Alberto Hurtado
Santiago, Chile
https://orcid.org/0000-0001-8400-0662

Roberto Vidal Cortés
Universidad Alberto Hurtado
Santiago, Chile
https://orcid.org/0000-0003-3863-7069

RESUMEN: Esta comunicación tiene por objeto mostrar los resultados obtenidos en el trabajo final de graduación de Magíster en Didáctica de la Matemática el cual consistió en un estudio de las dificultades, los obstáculos y los errores en dos grupos de estudiantes de último año de Pedagogía en matemática de dos universidades chilenas con respecto al infinito. Para tal efecto se aplicó un instrumento con diferentes problemas en los que está involucrado dicho objeto matemático. Los principales resultados obtenidos demuestran una fuerte tendencia de reconocer solo el infinito potencial, especialmente en situaciones en las que el infinito en lo pequeño se manifiesta. Por otro lado, se reconoce el obstáculo epistemológico de la intuición geométrica en los procesos infinitos de divisibilidad y en la noción de límite. Además, emergen obstáculos asociados a la generalización de las propiedades de los procesos finitos a los infinitos y a considerar el valor de un límite como una aproximación.

PALABRAS CLAVE: Infinito potencial, infinito actual, obstáculo epistemológico, divisibilidad infinita, noción de límite.

ABSTRACT: This communication aims to show the results obtained within the Master's Degree in Mathematics' Didactics final graduation work, which consisted in a study of the difficulties, obstacles and errors in two groups of Mathematics' Pedagogy senior students from two Chilean universities in regard to infinity. To reach such purpose, an instrument was applied with different problems in which said mathematical object is involved. The main results obtained show a strong tendency to recognize only the potential infinity, particularly in situations where infinity in the small manifests. On the other hand, there is a reckoning of the epistemological obstacle of geometric intuition in the infinite processes of divisibility and in the notion of limit. Additionally, obstacles emerge associated both with the generalization of the properties of finite processes to infinity and with the consideration of the value of a limit as an approximation.

KEYWORDS: Potential infinity, actual infinity, epistemological obstacle, infinite divisibility, notion of limit.

1 I INTRODUCCIÓN

La incorporación del concepto infinito en el currículo escolar presenta una característica singular, no se define ni se enseña a trabajar con él. En este sentido es que se plantea la problemática que genera el concepto de infinito en la enseñanza tanto escolar como universitaria ya que aparece como un saber transparente u objeto paramatemático y que dicha problemática

se acentúa con la existencia de diferentes concepciones para el infinito: una concepción potencial y una concepción actual, contradictorias entre ellas, que hace que los estudiantes presenten una serie de obstáculos, especialmente con esta última (Garbin, 2005).

A partir de lo planteado anteriormente es que surge la necesidad de describir las dificultades, errores y obstáculos que puedan evidenciar los estudiantes de último año de Pedagogía en matemática con respecto al infinito y así tener una idea de cuáles son sus nociones respecto de este objeto matemático previo a su desempeño profesional.

2 I ANTECEDENTES HISTÓRICOS

En el desarrollo histórico de la idea de infinito es posible distinguir tres etapas, que según Crubellier (1994) permite definir tres tipos de infinito.

En la primera etapa se tiene el infinito de Platón y Aristóteles, que es un principio indefinible. En esta etapa especial interés presentan las paradojas de Zenón de Elea (s. V a.C.) quien mediante la reducción al absurdo argumentaba la imposibilidad del movimiento lo cual negaba la aceptación del infinito actual.

La segunda etapa corresponde al infinito de la Edad Media en donde se consideraba el infinito como propiedad exclusiva de Dios. En esta época el mismo Galileo rechaza la idea de infinito por considerarla que atenta contra la razón humana y realiza consideraciones geométricas en donde presenta un infinito que contradice la noción de Euclides que el todo es mayor que sus partes.

En la tercera etapa se tiene el infinito de los matemáticos. En este período Karl Weierstrass (1815 - 1897) traduce el concepto de límite a través de la notación $\varepsilon - \delta$ que conocemos hoy en día y posteriormente Cantor, a finales del siglo XIX, desarrolla su teoría formal sobre el infinito actual y define conjunto infinito numerable y no numerable mediante una extensión de la noción de cardinalidad la cual consiste en la búsqueda de una biyección adecuada como método de prueba de coordinabilidad conjuntista.

3 I ESTADO DEL ARTE

Este concepto va ligado a una gran cantidad de temas habituales en la enseñanza matemática tales como en las nociones de número real, serie, límite, fractal, etc. Sin embargo, desde hace ya varias décadas, con el desarrollo de estudios en educación matemática, varios autores, como Sierpinska (1985) y Artigue (1995), entre otros, han observado que la noción de infinito es por lo general contradictoria en los estudiantes y que éstos encuentran muchas dificultades para su conceptualización cuando se enfrentan con conceptos que la involucran. En este sentido establecer una definición conceptual del infinito no es trivial y presenta problemas adicionales que no es posible obviar (Tall y Vinner, 1981).

Por otro lado la doble vertiente histórica infinito potencial v/s infinito actual implica

una colección de representaciones asociadas a ambas nociones, dinámico v/s estático, indefinido v/s definido, inabarcable v/s abarcable, etc. que a la vez que lo enriquecen suponen importantes obstáculos didácticos y epistemológicos (Cornu, 1991) en el camino de su comprensión. De esta manera investigadores como Tall (2002) y Montoro (2005) plantean que la noción de infinito matemático no es intuitiva, y mucho menos puede ser aprendida por la experiencia sensible, sino que se requiere de contextos educativos que favorezcan la reflexión matemática a través de intervenciones de enseñanza específicas y sostenidas. Otro aspecto tiene que ver con la generalización al considerar las propiedades de conjuntos finitos en los conjuntos infinitos, por ejemplo $\infty+\infty=\infty$ en donde se cree estar considerando procesos de sumar infinitos o que ∞ es una cantidad numérica cuando en realidad lo que se está aplicando es el límite de una función y en donde el resultado no es una magnitud sino un proceso acabado. Este hecho lo destaca Hitt (2013) al mencionar las dificultades que existen, aún entre los profesores de matemática, en la construcción del concepto de límite.

Es decir, el aprendizaje del concepto infinito presenta dificultades y esto se debe fundamentalmente al obstáculo epistemologico presente, obstáculo el cual tiene dos elementos que lo caracterizan: la persistencia y la resistencia que hacen que el paso del infinito potencial al actual sea difícil de lograr (Mena J, Mena A, Montoya, Morales, Parraguez, 2015).

4 I PROBLEMÁTICA Y OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

La problemática de investigación que se plantea es que el infinito es uno de los obstáculos más difíciles de superar en la enseñanza de las matemáticas y que esta situación hace crisis en el momento de enfrentar los conceptos formales del Cálculo y el Análisis Matemático fundamentalmente debido a la tensión dialéctica de lo potencial y actual.

En este sentido es que el objetivo general de esta investigación consistió en identificar errores, dificultades y obstáculos asociados al infinito en profesores de matemática en formación al término de su enseñanza universitaria y los tres objetivos específicos que ayudaron a lograr lo anterior fueron: (1) Analizar las nociones emergentes referidas al infinito potencial y al infinito actual planteadas en distintos ámbitos matemáticos, (2) Describir las percepciones de los estudiantes respecto de las sumas infinitas y (3) Describir la emergencia de algunos obstáculos epistemológicos del concepto de límite derivados de la problemática propia del infinito.

5 I MARCO REFERENCIAL

El marco referencial utilizado consiste de una adaptación de la tipología de dificultades, obstáculos y errores propuesto por Martín Socas (1997). Para lograr lo anterior se incorporaron nuevas categorías respecto de las dificultades en la transición del Álgebra

al Cálculo dada por Artigue (1998) y la tipología de obstáculos epistemológicos relativos a la noción de límite levantada por Sierpinska (1994). En definitiva, el marco referencial (ver Figura 1) contempla las siguientes categorías:

D1: Dificultades asociadas la dificultad de los objetos matemáticos.

D2: Dificultades asociadas a la conceptualización de la noción de límite. Esta categoría se concreta en los siguientes cuatro obstáculos epistemológicos:

O1: Límite como barrera infranqueable o como último término de un proceso.

O2: Sobre-generalización de las propiedades de los procesos finitos a los procesos infinitos.

O3: La fuerza de una geometría que impide identificar claramente los objetos involucrados en el proceso de límite.

O4: Asociar el paso al límite con un movimiento físico, con una aproximación.

Es decir, la categoría D2 se relaciona con su obstáculo y se denota por D2-O1, D2-O2, D2-O3 o D2-O4 según sea el caso.

D3: Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático.

O5: Confiar en engañosas experiencias intuitivas.

Err1: Errores que tienen su origen en un obstáculo. También esta categoría se da asociada con su obstáculo Err1-O según sea el caso.

Err2: Errores debido a las características propias del Análisis Matemático.

Err3: Errores de procedimientos.

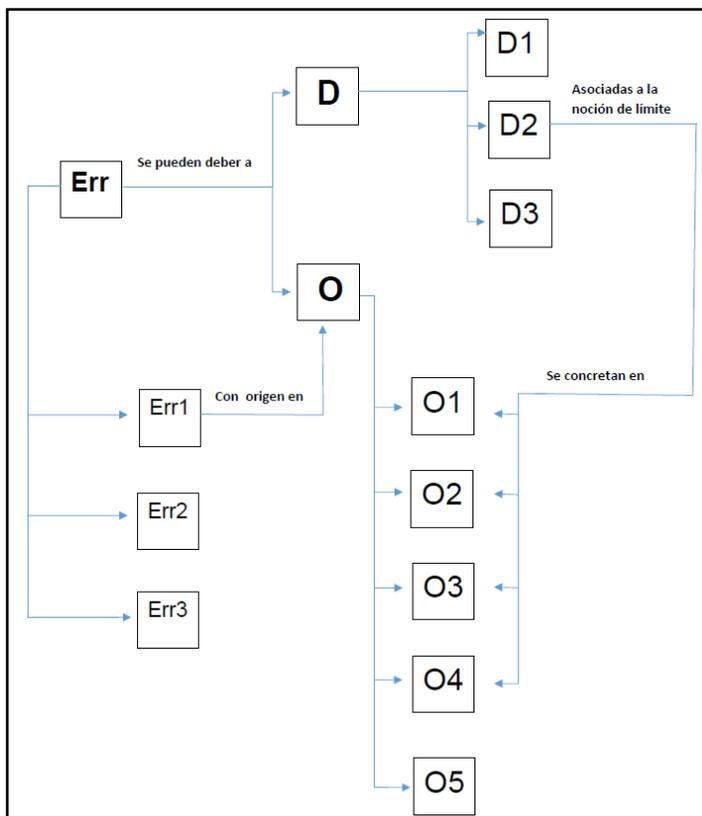



Figura 1. Esquema general del marco referencial adaptado

6 I MARCO METODOLÓGICO

La metodología de este trabajo es de carácter cualitativo con un diseño descriptivo y exploratorio. Es de tipo cualitativo pues su objetivo es describir, comprender e interpretar los fenómenos, a través de las percepciones y significados producidos por las experiencias de los participantes. Es descriptivo porque busca especificar características y tendencias de un grupo detallando como se manifiestan y es exploratorio pues su valor radica en que permite identificar conceptos o variables promisorias y establecer prioridades para investigaciones futuras (Hernández et al., 2014).

En este sentido las unidades de análisis correspondieron a las producciones de estudiantes en formación de profesores de matemática. Específicamente esta investigación fue realizada en dos universidades chilenas con un total de 12 estudiantes, seis de cada una, que cursaban el último año de su carrera. Se aplicó un instrumento con diferentes situaciones y problemas en los que está involucrado el infinito. Posteriormente se realizaron entrevistas para aclarar algunas de las producciones de los estudiantes y finalmente se realizó un análisis de tales producciones de acuerdo al marco referencial.

7 | RESULTADOS

Los principales resultados evidencian una alta frecuencia en las siguientes categorías: (D2-O3): Indicando una fuerte presencia de la intuición geométrica como obstáculo epistemológico. Esta situación se presentó de gran manera al considerar lo infinito en lo pequeño en un ámbito geométrico, particularmente con el tema de la divisibilidad infinita en un segmento de recta. (Err3): Esta categoría se dio mayoritariamente en la situación de las pelotas de tenis, problema abordado por Dubinsky (2008), en el que se considera lo infinito en lo pequeño, pero en un ámbito conjuntista. (Err1-O2): Es un error que tiene su origen en el obstáculo de la sobre-generalización de las propiedades de los procesos finitos a los infinitos. Esta situación fue muy evidenciada con respecto a las sumas infinitas en donde muchos estudiantes consideraron lícitas las operaciones de intercalar paréntesis, asociar u otras operaciones que son válidas para las sumas finitas. Especial atención merece la categoría (D2-O4) referida principalmente al obstáculo que consiste en asociar el paso al límite con una aproximación. Además esta categoría a veces va asociada al error (Err1-O4), pues tanto la dificultad como el error asociados al obstáculo (O4) conviven juntos en el estudiante ya que muchas veces la dificultad es causa del error.

8 | CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos no arrojaron diferencias significativas respecto de una u otra universidad, por lo que la procedencia de las muestras fue irrelevante. Las categorías consideradas, que definieron el marco referencial utilizado, permitieron una completa mirada a las nociones emergentes en las producciones de los estudiantes y al mismo tiempo una articulación con los objetivos planteados. El conocimiento que se tiene de la recta, densidad, continuidad, formada por infinitos puntos o incluso asociándola a conceptos físicos como el tiempo o el espacio, impide aceptar la divisibilidad infinita que existe en la matemática. Además este hecho impide acceder a una mirada actual del objeto infinito pues se acepta como imposible concebir el proceso acabado.

En definitiva esta investigación pretende ser un incentivo para considerar como metodología de análisis en los estudios en didáctica los errores, dificultades y obstáculos que emergen constantemente en las producciones de los estudiantes y a partir de los resultados obtenidos levantar novedosas propuestas de enseñanza.

REFERENCIAS

ARTIGUE, M. **La enseñanza de los principios del Cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos.** 1995. Disponível em: http://funes.uniandes.edu.co/676/1/ Artigueetal195. pdf#page=105.Artigue, M. (1998). Enseñanza y aprendizaje del análisis elemental: ¿qué se puede aprender de las investigaciones didácticas y los cambios curriculares? *LRelime, 1(1),* 40-55.

CORNU, B. **Limits**. Avanced Mathematical Thinking, David Tall, 1991. Disponível em: https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1. Crubellier, M. (1994). La raison et l'infini. *Repères-IREM, 17*, 13-28.

DUBINSKY, E. et al. **Infinite iterative processes: the tennis Ball Problem.** European Journal of Pure and Applied Mathematics, NNew York Business Global, 2008. Disponível em: https://www.ejpam.com/index.php/ejpam/article/view/48.

GARBIN, S. ¿**Cómo piensan los alumnos entre 16 y 20 años el infinito? La influencia de los modelos, las representaciones y los lenguajes matemáticos**. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME), 2005. Disponivel em: https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33580205.

R. HERNÁNDEZ; C. FERNÁNDEZ; BATISTA, P. **Metodología de la Investigación. 6ta edición**. ed. [S.l.]: Mc Gray Hill, 2014.

HITT, F. **El infinito en matemáticas y el aprendizaje del cálculo: Infinito potencial versus infinito real.** Revista de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN, El Cálculo y su Enseñanza, DME del CINVESTAV-IPN, v. 4, p. 103 – 122, 2013. ISSN 2007-4107. Disponível em: http://mattec.matedu.cinvestav.mx/el_calculo/.

MENA-LORCA, A. et al. **El obstáculo epistemológico del infinito actual: persistencia, resistencia y categorías de análisis**. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME), v. 18, n. 3, p. 329 – 358, 2005. ISSN 1665-2436. Disponível em: https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33543068003.Montoro, V. (2005). Al infinito y más acá: concepciones de estudiantes universitarios. *Infancia y Aprendizaje, 28(4)*, 409-427.

SIERPINSKA, A. (1985). **Obstacles épistémologiques relatifs à la notion de limite.** Recherches En Didactique Des Mathématiques, La pensée sauvage, v. 6, n. 1, p. 5 – 67, 1985. Disponível em: https://revue-rdm.com/1985/obstacles-epistemologiques/.Sierpinska, A. (1994). *Understanding in Mathematics.* Studies in Mathematics Education Series. London: The Falmer Press.

ROBAYNA, M. M. S. **Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria.** La educación matemática en la enseñanza secundaria, Horsori: Universitat de Barcelona, Instituto de Ciencias de la Educación, v. 154, p. – 125, 1997.Tall, D., y Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics, 12(2)*, 151-169.

TALL, D. **Natural and formal infinities. Educational Studies in Mathematics**, v. 48, n. 2 y 3, p. 129 – 136, 2002.

CAPÍTULO 4

GESTIÓN DIDÁCTICA DE MEDIACIONES DIGITALES. UNA ESTRATEGIA FORMATIVA DIGITAL

Data de aceite: 01/02/2022
Data de submissão: 11/11/2021

Carmen Fortuna González Trujillo
Universidad de Camagüey, Departamento de Matemática
Camagüey, Cuba
https://orcid.org/0000-0002-2250-8329

Nancy Montes de Oca Recio
Universidad de Camagüey, Centro de Estudios de Ciencias de la Educación
Camagüey, Cuba
https://orcid.org/0000-0002-5651-3927

María De los Ángeles Legañoa Ferrá
Universidad de Camagüey, Centro de Estudios de Ciencias de la Educación
Camagüey, Cuba
https://orcid.org/0000-0002-8593-1060

Sonia Guerrero Lambert
Universidad de Camagüey, Departamento de la Calidad
Camagüey, Cuba
https://orcid.org/0000-0002-5740-3498

Daniella Evelyn Machado Montes de Oca
Universidad de Camagüey, Facultad de Informática y Ciencias Exactas
Camagüey, Cuba
https://orcid.org/0000-0002-1549-1442

Elizabeth Rincón Santana
Universidad UNAPEC, Escuela de Matemática
Santo Domingo, República Dominicana
https://orcid.org/0000-0001-7588- 9586

RESUMEN: El contexto mundial caracterizado por la globalización, la Revolución Científica-Tecnológica y el confinamiento por la pandemia COVID-19, le exige al profesorado la necesidad de prepararse para aprovechar las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones en función de lograr un aprendizaje efectivo y de calidad. Sin embargo, la utilización de métodos de la investigación científica permitió constatar la existencia de insuficiencias en la integración de estas tecnologías en el aprendizaje de los estudiantes. Por tal razón, el objetivo de esta investigación es presentar una estrategia formativa digital para la integración flexible de los saberes tecnodidáctico-matemáticos en la gestión didáctica de mediaciones digitales para el aprendizaje de los objetos matemáticos en tiempos de confinamiento.

PALABRAS CLAVE: Gestión didáctica, mediaciones digitales, objetos matemáticos, estrategia.

DIDACTIC MANAGEMENT OF DIGITAL MEDIATIONS. A DIGITAL TRAINING STRATEGY

ABSTRACT: The world context characterized by globalization, the Scientific-Technological Revolution and confinement by the COVID-19 pandemic, demands teachers to prepare themselves to take advantage of Information and Communication Technologies to achieve effective and quality learning. Nevertheless, the utilization of scientific research methods made it possible to verify the existence of inadequacies in the integration of these technologies in student learning. For this reason, the objective of this

research is to present a digital training strategy for the flexible integration of technodidactic-mathematical knowledge in the didactic management of digital mediations for the learning of mathematical objects in times of confinement.
KEYWORDS: Didactic management, digital mediations, mathematical objects, strategy.

1 I INTRODUCCIÓN

Las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC) en el contexto mundial han revolucionado las formas de enseñar y aprender en los nuevos escenarios interactivos. En este sentido, organizaciones internacionales como la UNESCO (2015) hacen referencia a la necesidad de aprovechar estas tecnologías para lograr un aprendizaje efectivo y de calidad. Lo que, le impone al profesor universitario la necesidad de preparase desde la formación posgraduada en la integración flexible de los saberes tecnodidáctico-matemáticos en su práctica educativa.

Lo cual, desde la literatura científica se corrobora por numerosos autores (Arana-Pedraza, Ibarra y Font, 2019; Giacomone, Godino y Beltrán-Pellicer, 2018; Font, 2018; Esteve, Castañeda y Adell, 2018; Pino-Fan, Breda y Font, 2017; Revelo, 2017; Fernández, Pietropaolo y Font, 2017; Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017; Rojas, 2017; Godino, Batanero, Font y Giacomone, 2016; Mas-Torelló y Olmos Rueda, 2016; Sánchez-Tarazaga, 2016; Montes de Oca y Machado, 2014; Criollo, 2014; Torra et al., 2012) que justifican la necesidad de la formación de los profesores universitarios de matemática para asumir los retos actuales provocados por el desarrollo de estas tecnologías.

Sin embargo, diversos investigadores (Fernández-Márquez, Leiva-Olivencia y López-Meneses, 2017; Casal, Fernández-Morante y Cebreiro, 2018; Suárez-Rodríguez, Almerich, Orellana y Díaz-García, 2018; Semerci y Kemal, 2018; Silva et al., 2019; Cabero y Martínez, 2019; Cabero-Almenara, Barroso-Osuna, Palacios-Rodríguez y Llorente-Cejudo, 2020) reconocen que la presencia que las tecnologías están teniendo en las universidades no ha venido siempre acompañada de planes de formación posgraduada que le permita a los profesores integrar de manera flexible los saberes tecnodidáctico-matemáticos en la planificación, implementación y valoración de actividades docentes donde se utilicen las tecnologías apropiadas y disponibles para el aprendizaje de los objetos matemáticos del nivel universitario.

Se considera que una tecnología es apropiada “si responde como una alternativa a un fin, si da respuesta a un objetivo y se acomoda a una determinada solución, con eficiencia, eficacia y pertinencia” (Arana y Batista, 2003; citado por Estévez, 2017, pág. 4).

También se reconoce por autores como, Vega, Niño y Cárdena (2015), el frecuente el uso de metodologías tradicionales y la realización de procesos mecánicos, descontextualizados, que no ofrecen al estudiante experiencias que generen una real comprensión de los temas al no permitir una interacción con el objeto de conocimiento que

se está estudiando.

De lo anterior, se persigue como objetivo en la presente investigación, presentar una estrategia formativa digital para la integración flexible de los saberes tecnodidáctico-matemáticos en la gestión didáctica de mediaciones digitales para el aprendizaje de los objetos matemáticos en tiempos de confinamiento.

2 | MÉTODOS

Se asumió el enfoque cualitativo y cuantitativo de la investigación científica. Se aplicaron entrevistas y encuestas a 44 profesores de la Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte, de los cuales 16 son doctores que representa el 36,4%, 23 son máster, que representa el 52,3%, cuatro son licenciados, que representa el 9,1% y uno es ingeniero que representa el 2,3%, para indagar sobre la integración de las tecnologías en el aprendizaje de los objetos matemáticos. También, se empleó el análisis-síntesis y la revisión bibliográfica para la determinación de los aspectos a tener en cuenta en cada una de las fases de la estrategia formativa digital.

3 | RESULTADOS

La aplicación de las entrevistas y encuestas a los profesores universitarios de Matemática permitió constatar que existen fortalezas y debilidades, como se muestran a continuación (González, 2021):

Fortalezas:

- Disposición positiva para usar las tecnologías digitales en el aprendizaje de los objetos matemáticos desde un enfoque dinámico.
- Buen dominio de los objetos matemáticos de las asignaturas y disciplinas en donde laboran.

Debilidades:

- La utilización de las tecnologías digitales para promover la visualización, movilidad y exploración de las representaciones semióticas de los objetos matemáticos.
- El aprovechamiento de las potencialidades y posibilidades que ofrecen las tecnológicas digitales para la construcción y reconstrucción personalizada y colaborativa de significados.
- La concepción de tareas donde los estudiantes puedan interactuar entre ellos, con el profesor, el objeto matemático y las tecnologías digitales para formular conjeturas y descubrir proposiciones, buscar relaciones y dependencias entre los objetos matemáticos, convertir de un registro de representación a otro y dentro de un mismo registro, explorar y experimentar.

- Las estrategias y métodos utilizados que no siempre se enfocan hacia el trabajo con las tecnologías digitales.

En resumen, a pesar de las fortalezas que tienen estos profesores universitarios de Matemática, existen insuficiencias relacionadas con la integración de las tecnologías digitales en el aprendizaje de los objetos matemáticos. Estas insuficiencias están dadas entre otras causas, porque no recibieron una formación a lo largo de sus estudios para incorporar estas tecnologías a su práctica educativa, esta se ha realizado bajo modelos centrados más en aspectos instrumentales y tecnológicos que, en dimensiones gerenciales, matemáticas y didácticas.

De lo anterior y de la indagación teórica realizada, se elaboró la estrategia formativa digital en la cual se materializan las actividades de posgrado que desarrollan los egresados universitarios de matemática en las instituciones de educación superior (IES) en Cuba y a través de las cuales se incorpora lo referido a la gestión didáctica de mediaciones digitales para el aprendizaje de los objetos matemáticos.

El término gestión didáctica se ha abordado por varios investigadores, entre los que se encuentran, Borges (2006), Margolinas (2009), Céspedes (2010), Saavedra-Urrego, Valencia- Becerra y Goyes Bastidas (2011), Criollo (2015), Montes de Oca, Rubio y Núñez (2016), Tallart (2016), Núñez (2018), Montes de Oca, Machado y Reyes (2019), Montes de Oca y Yordi (2019), y Montes de Oca (2020), que en su mayoría coinciden en tener en cuenta la planificación, ejecución y el control y valoración, como elementos centrales para su definición.

No obstante, las autoras asumieron las posturas epistémicas de Montes de Oca, Rubio y Núñez (2016, pág. 8) que la consideran como "…es proceso y es resultado, propiedad inherente al desempeño profesional…" y de Montes de Oca (2020, pág. 259), que la considera como "proceso de orientación, planeación, organización y ejecución, donde el control y la valoración se conciben transversalmente; se concreta en un contenido y se desarrolla a través del sistema de relaciones e interacciones que se establecen entre estudiantes, estudiantes y docentes, entre docentes y otras fuentes humanas o tecnológicas, con un carácter dinámico que privilegia la comunicación para alcanzar los objetivos de aprendizaje".

Desde esas posturas epistémicas, "se asume a la gestión didáctica como una competencia docente (proceso) que se manifiesta en un desempeño (resultado), y se identifican los procesos generales que debe movilizar el profesor para resolver las complejas y diversas situaciones que se presentan en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática universitaria" (González, 2021, pág. 26).

En cuanto al término mediaciones digitales, son varios los autores que lo han abordado desde diferentes posturas epistémicas. En ese sentido se destacan, Hernández y Peñalosa (2015); Gallar, Rodríguez y Barrios (2015); Arévalo (2016); Malagón y Frías (2017); De Pablos (2018); López (2019) y González (2021). No obstante, las autoras

de la presente investigación asumieron la definición ofrecida por González (2021, pág. 35), pues la considera como un “proceso mediante el cual se producen interacciones e intercambios comunicativos entre el profesor, los estudiantes, el objeto de aprendizaje y las tecnologías digitales apropiadas y disponibles, que facilita la construcción y reconstrucción personalizada y colaborativa de significados”.

Además, desde la postura epistémica de González (2021), se considera que las mediaciones digitales son necesarias para el aprendizaje de los objetos matemáticos porque facilitan la visualización y movilidad de las relaciones entre los registros gráficos y analíticos, la realización de escenas interactivas en los nuevos escenarios de aprendizaje a través de las tareas-TIC, y constituye una de las tendencias en la enseñanza de la Matemática en la actualidad (Ídem).

Las autoras también consideran necesario afiliarse al término tareas-TIC ofrecido por González-Ruíz (2017, pág. 4), que la considera como el “enunciado de un problema matemático que involucra el uso de una escena interactiva en la que aparecen sistemas de representación de tipo gráfico y/o simbólico”. Desde esta perspectiva, la tarea-TIC constituye el núcleo para el aprendizaje de los objetos matemáticos con el uso de las tecnologías digitales desde el enfoque dinámico.

Por todo lo argumentado con anterioridad, las autoras consideran oportuno hacer referencia a los aspectos que, según González (2021, pág. 37), distinguen a la gestión didáctica de mediaciones digitales para el aprendizaje de los objetos matemáticos y que se comparten y asumen:

- Proceso que integra los saberes gerenciales, tecnodidáctico-matemáticos, componentes motivacionales y actitudinales
- Y resultado que se manifiesta en una actuación integral o desempeño a través de la planificación, implementación y valoración de tareas-TIC desde un enfoque dinámico, y la realización de escenas interactivas donde se producen interacciones e intercambios comunicativos entre el profesor, los estudiantes, el objeto de aprendizaje y las tecnologías digitales apropiadas disponibles, que facilita la construcción y reconstrucción personalizada y colaborativa de significados

Después de hacer referencia a los términos: gestión didáctica, mediaciones digitales, tareas-TIC, necesarios para comprender esta investigación; las autoras harán referencia a la estrategia formativa digital, la cual consta de un objetivo general que está dirigido a contribuir a mejorar el desempeño de los profesores universitarios de matemática, a través de la gestión didáctica de mediaciones digitales para el aprendizaje de los objetos matemáticos; y transita por cuatro fases: diagnóstico, proyección, ejecución y valoración que se interrelacionan entre sí, persiguen un objetivo y tienen acciones específicas a cumplir.

La **fase diagnóstico**, tiene como objetivo caracterizar el desempeño de los

profesores que recibirán la formación y como acciones, la elaboración de instrumentos para la realización del diagnóstico y la aplicación de los instrumentos elaborados a los profesores que recibirán la formación y análisis de los resultados.

La **fase proyección**, tiene como objetivo concebir las acciones formativas a desarrollar sobre la base de los resultados del diagnóstico y como acciones:

- Determinación de la modalidad y las formas organizativas.

En esta acción, a partir de la Resolución No. 140/19 Reglamento de la Educación de Posgrado de la República de Cuba para la formación posgraduada de profesores universitarios de matemática, se determinó la modalidad de tiempo parcial y como forma organizativa fundamental el Diplomado, el cual se desarrollarán a través de talleres, que se denominaron formativos.

- Determinación de la concepción general de los tipos de talleres formativos.

Estos talleres formativos son actividades presenciales que tienen como objetivo la apropiación y articulación flexible de los saberes tecnodidáctico-matemáticos en la planificación, implementación y valoración de mediaciones digitales para el aprendizaje de los objetos matemáticos. Se concibieron cinco tipos de talleres formativos como se muestra a continuación:

Taller formativo tipo 1: Este tipo de taller se concibió para conceptualizar las principales categorías relacionadas con la gestión didáctica de mediaciones digitales para el aprendizaje de los objetos matemáticos. Y en él se debe tener en cuenta la diversidad de profesores, sus condiciones y características individuales, potenciar el trabajo en equipo para buscar la complementariedad entre ellos, según sus fortalezas y debilidades.

Taller formativo tipo 2: Este tipo de taller está dirigido al análisis tecnodidáctico-matemático para integrar las tecnologías apropiadas y disponibles como mediadores digitales en el aprendizaje de los objetos matemáticos desde un enfoque dinámico. Y en él se presentarán tareas-TIC dirigidas a la apropiación de los saberes tecnodidáctico-matemáticos, con énfasis en la identificación de prácticas matemáticas y digitales, la elaboración de las configuraciones de objetos y procesos (matemáticos y digitales), el análisis de las trayectorias e interacciones didácticas y digitales y la identificación del sistema de normas y metanormas.

Taller formativo tipo 3: Este tipo de taller se concibió para orientar a los profesores en el análisis tecnodidáctico-matemático y el diseño de tareas-TIC para el aprendizaje de los objetos matemáticos desde un enfoque dinámico.

Taller formativo tipo 4: Este tipo de taller se concibió para que los profesores diseñen tareas-TIC haciendo uso didáctico de las tecnologías apropiadas y disponibles para el aprendizaje de los objetos matemáticos con cualidad de dinamismo en diferentes temas de las asignaturas que imparten, se contextualizarán y articularán los saberes relativos a la gestión y a las categorías del análisis tecnodidáctico-matemático.

Taller formativo tipo 5: Este tipo de taller se dirige a la creación de recursos educativos digitales para el aprendizaje de los objetos matemáticos desde un enfoque dinámico para diferentes temas de las asignaturas que imparten, a la par contextualizarán y articularán los saberes relativos a las categorías del análisis tecnodidáctico-matemático.

- Determinación de la concepción general de las tareas-TIC

En el diseño de las tareas-TIC se debe tener en cuenta el enfoque dinámico de la enseñanza de la Matemática, donde los objetos matemáticos puedan adquirir la cualidad de dinamismo para establecer relaciones en la medida que se utilizan diferentes registros de representación semiótica, a partir de tener en cuenta el contexto donde se utilicen, a través de la realización de escenas interactivas y del empleo de procedimientos heurísticos, que favorezcan las interacciones e intercambios comunicativos para la construcción y reconstrucción personalizada y colaborativa de significados.

También, se deben tener en cuenta las tecnologías digitales apropiadas y disponibles para la creación de escenarios interactivos, que la formulación del objetivo de aprendizaje este orientado hacia la visualización y la movilidad de los objetos matemáticos con cualidad de dinamismo, los procesos matemáticos y digitales de los que emerge el nuevo objeto de aprendizaje, su intención didáctica y su formulación.

- Determinación de las tecnologías o recursos educativos digitales como mediadores digitales.

El Entorno Virtual de Enseñanza Aprendizaje (EVEA) soportado en la Plataforma Moodle de la Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz, permitirá el encuentro e intercambio virtual entre los profesores que recibirán la formación y el especialista en la formación, a través del chat y de todos sus recursos; dinamizar la información a través de orientaciones y asesorías docentes, y favorecen el aprendizaje individual y colaborativo en equipos.

En el caso particular del chat, se utiliza como un recurso para el intercambio de experiencias entre los profesores, y entre estos profesores y los especialistas, lo cual va a facilitar la retroalimentación del aprendizaje, sirve de guía sobre las acciones formativas a realizar, contribuye a resolver los problemas profesionales que se les presentan en su práctica educativa, en cuanto al uso de las tecnologías digitales apropiadas y disponibles como mediadores digitales para el aprendizaje de los objetos matemáticos .

El foro, como espacio en el que se combina el trabajo individual con el colaborativo, permitirá a los profesores que recibirán la formación y a los especialistas realizar preguntas y emitir respuestas; además debatir sobre algún tema específico; el mismo se concibe después de haber analizado algún tema o sobre experiencias propias de su labor diaria donde el profesor desea obtener ayuda de los demás miembros del grupo o del especialista, o que los especialistas o coordinador de la formación precisa motivar a la discusión sobre algo que considere importante.

Entre las tecnologías o recursos digitales, se encuentran, el asistente matemático Geogebra, el software Matlab, los recursos educativos digitales y los applet, que se constituyen en mediadores digitales que van a propiciar las interacciones e intercambios comunicativos para la construcción personalizada y colaborativa de significados y en medios de enseñanza que servirán de apoyo a los métodos para darle cumplimiento a los objetivos de aprendizaje.

- Determinación de los instrumentos para valorar el proceso formativo.

La valoración del proceso formativo se concibió como un proceso continuo e integral a través del desempeño de los profesores que recibirán la formación y debe estar en correspondencia con los objetivos previstos en función de contribuir al mejoramiento de dicho desempeño en la gestión didáctica de mediaciones digitales para el aprendizaje de los objetos matemáticos. Para valorar el proceso formativo se determinaron como instrumentos, la elaboración de una rúbrica holística y la elaboración de un portafolio en el que se colectan las evidencias que muestran los logros alcanzados, se facilita la retroalimentación y reflexión sobre los resultados logrados para realizar propuestas innovadoras de mejora.

La **fase ejecución**, tiene como objetivo ejecutar las acciones formativas previstas en la fase de proyección y como acciones:

- Orientar el proceso formativo en la gestión didáctica de mediaciones digitales para el aprendizaje de los objetos matemáticos,

En la orientación del proceso formativo se parte del reconocimiento de su importancia y necesidad para cumplir con las exigencias actuales que impone la sociedad del conocimiento y del aprendizaje, a los nuevos roles que se le están otorgando a los profesores y a las características de los nuevos escenarios formativos.

- Crear los equipos de trabajo

En la creación de los equipos de trabajo se tiene en cuenta las asignaturas y disciplinas de las carreras universitarias en las que laboran los profesores que recibirán la formación y a su diversidad, además, se fomentará en ellos, el trabajo individualizado, colaborativo y cooperado, el intercambio de saberes y experiencias, las relaciones de participación, compromiso y responsabilidad compartida y las interacciones e intercambios comunicativos entre el especialista, dichos profesores, las tecnologías digitales apropiadas y disponibles para construcción personalizada y colaborativa de significados.

- Montaje de los talleres formativos en el EVEA soportado en la Plataforma Moodle

Se organizarán y montarán los siete talleres formativos previstos en el diplomado para propiciar las interacciones e intercambios comunicativos, a través del contacto directo, indirecto o virtual. También, se realizará el montaje de los recursos y materiales de apoyo.

La **fase valoración**, tiene como objetivo valorar la pertinencia de la estrategia formativa digital en cada una de sus fases y realizar las adecuaciones necesarias para su perfeccionamiento y como acciones:

- Valoración de las acciones formativas desplegadas por los especialistas en cuanto a la gestión didáctica de mediaciones digitales para el aprendizaje de los objetos matemáticos.
- Valoración sistemática del desempeño de los profesores que recibirán la formación en relación a la gestión didáctica de mediaciones digitales a través de los diversos talleres formativos.
- Realización de modificaciones y ajustes necesarios para el perfeccionamiento de la estrategia formativa digital.

En esta fase se concibe a la valoración como un proceso continuo y permanente, de aclaraciones y reflexiones en cuanto a la gestión didáctica de mediaciones digitales para el aprendizaje de los objetos matemáticos, en la que se realizan propuestas de mejoras a partir de los errores cometidos. Además, los profesores que recibirán la formación valorarán las acciones formativas desplegadas por los especialistas, para lo cual se aplicarán instrumentos.

También, se realizará la observación sistemática del desempeño individual y colectivo de los profesores que recibirán la formación en los talleres formativos y durante la ejecución de las diferentes tareas-TIC diseñadas para esos fines, lo cual debe permitir la realización de reflexiones pertinentes a priori y ulterior entre el grupo de estos profesores y los especialistas, identificar los errores y realizar propuestas innovadoras de mejoras.

4 I CONCLUSIONES

A través de la aplicación de métodos y técnicas de la investigación científica se constató la existencia de insuficiencias que limitan el uso de las tecnologías digitales apropiadas y disponibles para el aprendizaje de los objetos matemáticos, lo cual muestra la necesidad de una estrategia formativa digital que responda a las exigencias sociales e institucionales que existen en la actualidad, a los nuevos roles que se les están otorgando a los profesores y a los nuevos escenarios interactivos de aprendizaje.

La estrategia formativa digital contribuye al mejoramiento del desempeño de los profesores universitarios en la gestión didáctica de mediaciones digitales para el aprendizaje de los objetos matemáticos y consta de cuatro fases: diagnóstico, proyección, ejecución y valoración, las cuales se interrelacionan entre sí y contienen un objetivo y acciones.

AGRADECIMIENTOS

Al Proyecto Introducción y Generalización de los resultados investigativos del

GIMEUC y la valoración de sus impactos en el territorio (Código: NP800CM2015053)

REFERENCIAS

Arana, M., y Batista, N. (2003). Los valores éticos en las competencias profesionales. Recuperado el 20 de diciembre de 2018, de Programa de Educación en Valores. OEI. Monografías Universidad. http://: www.campus-oei.org/valores/monografías

Arana-Pedraza, R. A., Ibarra, S. E. y Font, M. (2019). Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas del profesor de matemáticas en ingeniería: un primer acercamiento. XV CIAEM-IACME (págs. 1-8). Medellín: Colombia. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/333161153

Arévalo, M. A. (2016). Competencias TIC de los docentes de matemática en el marco del modelo TPACK. Una perspectiva para el desarrollo de buenas prácticas pedagógicas. Tesis doctoral, Universidad de Salamanca, Salamanca.

Borges, J. L. (2006). Modelo de gestión didáctica del posgrado a distancia. Tesis doctoral, Universidad de Oriente, Santiago de Cuba.

Cabero, J., y Martínez, A. (2019). Las tecnologías de la información y comunicación y la formación inicial de los docentes. Modelos y competencias digitales. Profesorado. Revista de Curriculum y Formación del Profesorado, 23(3), 247-268. Recuperado de https://recyt.fecyt.es/index.php/profesorado/issue/view/3591

Cabero-Almenara, J., Barroso-Osuna, J., Palacios-Rodríguez, A., y Llorente-Cejudo, C. (2020). Marcos de Competencias Digitales para docentes universitarios: su evaluación a través del coeficiente competencia experta. Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado, 23(2), 1-18. doi: http://dx.doi.org/10.6018/reifop.41360

Céspedes, A. (2010). Concepción teórica de la gestión didáctica del proceso de sistematización de las habilidades profesionales en la formación multigrado en la Licenciatura en Educación Primaria. Tesis doctoral, Universidad de Oriente, Santiago de Cuba. Recuperado de http://www.eumed.net/tesisdoctorales/2010/acq/index.htm

Criollo, G. (2015). Estrategia de formación y desarrollo de competencias didáctico-matemáticas en los docentes universitarios que imparten matemática en las carreras de ingeniería. Tesis doctoral, Universidad Estatal de Guayaqui, República del Ecuador.

De Pablos, J. (2018). Las tecnologías digitales y su impacto en la universidad. Las nuevas mediaciones. RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia, 21(2), 83-95. doi:http://dx.doi.org/10.5944/ried.21.2.20733

Esteve, F., Castañeda, L., y Adell, J. (2018). Un modelo holístico de competencia docente para el mundo digital. Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado, 91(32.1), 105-116. Recuperado de http://hdl.handle.net/10234/174771

Estévez, O. (2017). Evaluación orientada a la formación de la competencia trabajo virtual en equipo en docentes universitarios. Tesis doctoral, Universidad de Camagüey, Cuba.

Fernández, J., Pietropaolo, R., y Font, V. (2017). Estudio del conocimiento de futuros profesores de matemática sobre el uso idóneo de recursos materiales. En CLAME (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (Vol. 30, pp. 1208-1217). Ciudad de México.

Fernández-Márquez, E., Leiva-Olivencia, J., y López-Meneses, E. (2017). Competencias digitales en docentes de Educación Superior. Revista Digital de Investigación en Docencia Universitaria, 12(1), 213-231. doi: http://dx.doi.org/10.19083/ridu.12.558

Font, V. (2018). Competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. Un modelo basado en el enfoque Ontosemiótico. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 31(1), 749-756. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/325661936

Gallar, Y., Rodríguez, I. E., y Barrios, E. A. (2015). La mediación con las TIC en el proceso de enseñanza aprendizaje de la educación superior. Didasc@lia: Didáctica y Educación, 6(6), 155-164. Recuperado de https://redib.org/Record/oai_articulo2974224-la-mediaci%C3%B3n-con-las-tic-en-el-proceso-de-ense%C3%B1anza-aprendizaje-de-la-educaci%C3%B3n-superior

Giacomone, B., Godino, J. D., y Beltrán-Pellicer, P. (2018). Desarrollo de la competencia de análisis de la idoneidad didáctica en futuros profesores de matemáticas. Educ. Pesqui, 44(e172011), 1-21. doi: http://dx.doi.org/10.1590/S1678-4634201844172011

Godino, J. D., Batanero, C., Font, V., y Giacomone, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. En J. A. Macias, A. Jiménez, J. González, M. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, y A. Berciano (Edits.), Investigación en Educación Matemática XX (pp. 288–297). Málaga.

Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., y Font, V. (2017). Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesor de Matemáticas. Bolema, 31(57), 90-113. Recuperado de https://www.scielo.br/pdf/bolema/v31n57/0103-636X-bolema-31-57-0090.pdf

González-Ruíz, I. (2017). Idoneidad mediacional y selección de tareas matemáticas TIC. Un estudio de caso desde las perspectivas TPB y TPACK. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. Cañadas, M. Gea, B. Giacomone, y M. López-Martín (Edits.), Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos. Recuperado de http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos/gonzalez-ruiz.pdf

González, C. F. (2021). Gestión didáctica de mediaciones digitales para el aprendizaje de los objetos matemáticos. Tesis doctoral, Universidad de Camagüey, Cuba.

Hernández, G., y Peñalosa, E. (2015). Las tecnologías digitales como herramientas de enseñanza aprendizaje en la UAM Cuajimalpa. En C. R. Jaimez, K. S. Miranda, M. Moranchel, E. Vázquez Contreras, y F. Vázquez Vela (Edits.), Innovación educativa y apropiación tecnológica: experiencias docentes con el uso de las TIC (pp. 15-28). México: UAM.

López, M. A. (2019). Estrategias de mediación tecnológica para promover el aprendizaje autónomo de los estudiantes universitarios. Medellín, Colombia: Fondo Editorial Universidad Católica Luis Amigó.

Malagón, M. J., y Frías, Y. (2017). La mediación como potencial de las tecnologías de la información y las comunicaciones en los procesos de enseñanza-aprendizaje. En E. M. Herrero, y R. Collazo (Comps.), Preparación pedagógica para profesores de la nueva universidad cubana (pp. 217-222). La Habana: Editorial Universitaria Félix Valera.

Margolinas, D. (2009). Gestión didáctica. Universidad del Valle, Facultad de Ingeniería, Santiago de Calis. Colombia.

Mas-Torelló, Ó., y Olmos-Rueda, P. (2016). El profesor universitario en el Espacio Europeo de Educación Superior: la autopercepción de sus competencias docentes actuales y orientaciones para su formación pedagógica. Revista mexicana de investigación educativa, 21(69), 437-470. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S140566662016000200437&lng=es&tlng=es

MES. (22 de noviembre de 2019). Resolución No. 140/19. Gaceta Oficial de la República de Cuba. Recuperado de http://www.gacetaoficial.gob.cu/

Montes de Oca, N. (2020). La Formación Didáctico-Matemática de Docentes: resultados teóricos. Revista Paradigma, 41, 271-288. doi: http://dx.doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2020.p271288.id867

Montes de Oca, N., Machado, E. F., y Reyes, F. (2019). La gestión didáctica en el contexto actual de la educación superior. Humanidades Médicas, 19(2), 311-322. Recuperado de http://scielo.sld.cu/pdf/hmc/v19n2/1727-8120-hmc-19-02-311.pdf

Montes de Oca, N., Rubio, F., y Núñez, G. (2016). La gestión didáctica del proceso de enseñanza aprendizaje de las ciencias básicas en las carreras de ingeniería. Transformación, 1-13.

Montes de Oca, N., y Machado, E. (2014). Formación y desarrollo de competencias en la educación superior cubana. Humanidades Médicas, 14(1), 145-159. Recuperado de http://humanidadesmedicas.sld.cu/index.php/hm/article/view/432

Montes de Oca, N., y Yordi, I. (2019). Aportes teóricos y prácticos a la formación didáctico-matemática de docentes. Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz, Camagüey.

Núñez, G. R. (2018). La formación didáctico-matemática de los docentes desde el ejercicio de la profesión orientada a la gestión didáctica de las demostraciones matemáticas. Tesis doctoral, Universidad de Camagüey , Cuba.

Pino-Fan, L., Breda, A., y Font, V. (2017). Mathematics teachers' knowledge and competences model based on the onto-semiotic approach. En B. Kaur, W. K. Ho, y T. L. Toh (Edits.), Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 4, pp. 33-40). Singapore: PME

Revelo, J. E. (2017). Modelo de integración de la competencia digital docente en la enseñanza de la matemática en la Universidad Tecnológica Equinoccial. Tesis Doctoral, Universidad de Extremadura, Extremadura.

Rojas, C. A. (2017). La profesionalidad del docente universitario: un reto actual. Mendive, 15(4), 507-552. Recuperado de http://mendive.upr.edu.cu/index.php/MendiveUPR/article/view/1182

Saavedra-Urrego E, Valencia-Becerra J., y Goyes-Bastidas N. (2011). Análisis y caracterización de la gestión didáctica del docente en una secuencia didáctica sobre la continuidad y límite, desde la teoría de situaciones didácticas. Memorias del 12º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Quindío. Colombia.

Sánchez-Tarazaga, L. (2016). Los marcos de competencias docentes: contribución a su estudio desde la política educativa europea. Journal of supranational policies of education, 5, 44 – 67. doi:10.15366/jospoe2016.5

Semerci, A., y Kemal, M. (2018). Examining high school teachers' attitudes towards ICT use in education. International Journal of Progressive Education, 14(2), 93-105. doi:10.29329/ijpe.2018.139.7

Silva, J., Morales, M. J., Lázaro, J. L., Gisbert, M., Miranda, P., Rivoir, A., y Onetto, A. (2019). La competencia digital docente en formación inicial: Estudio a partir de los casos de Chile y Uruguay. Archivos Analíticos de Políticas Educativas, 27(93), 1-30. doi:10.14507/epaa.27.3822

Suárez-Rodríguez, J., Almerich, G., Orellana, N., y Díaz-García, I. (2018). A basic model of integration of ICT by teachers: competence and use. Educational Technology Research and Development, 66(5), 1165–1187. doi: http://dx.doi.org/10.1007/s11423-018-9591-0

Tallart, J. (2016). La gestión didáctica del aprendizaje basado en problemas desde la Matemática en la formación inicial del maestro primario. Tesis doctoral, Universidad de Oriente, Santiago de Cuba.

Torra, I., De Corral, I., Pérez, M. J., Triadó, X., Pagès, T., Valderrama, E., ..., Tena, A. (2012). Identificación de competencias docentes que orienten el desarrollo de planes de formación dirigidos a profesorado universitario. Revista de Docencia Universitaria, 10(2), 21-56. Recuperado de http://redaberta.usc.es/reduc

UNESCO. (2015). Foro Mundial sobre la Eduacción 2015. Declaración de Incheon. Educación 2030: Hacia una educación inclusiva y equitativa de calidad y un aprendizaje a lo largo de la vida para todos. Recuperado de www.unesco.org/education/educprog/wche/declaration_spa.htm-

Vega, J. C., Niño, F., y Cárdena, Y. P. (2015). Enseñanza de las matemáticas básicas en un entorno eLearning: un estudio de casos de la Universidad Manuela Beltrán Virtual. Revista Escuela de Administración de Negocios(79), 172-185. Recuperado de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0120-81602015000200011

CAPÍTULO 5

LA IDEA DE MODELO DE PROBABILIDAD DE UNA POBLACIÓN

Data de aceite: 01/02/2022

Héctor Hevia
Universidad Alberto Hurtado

RESUMEN: Aplicando una metodología fenomenológica, se investigan las naturalezas y conexiones existentes entre los principales objetos de estudio que aparecen como fundamento en la enseñanza y aprendizaje de la Estadística aplicada, en los tres primeros niveles de educación en el sistema educacional chileno.
PALABRAS CLAVES: Metodología fenomenológica, Enseñanza de las probabilidades y de la estadística, Pensamiento estadístico y probabilístico, Teoría cognitiva de Bruner.

ABSTRACT: Applying a phenomenological methodology, the natures and existing connections between the main objects of study that appear as a foundation in the teaching and learning of applied Statistics are investigated, in the first three levels of education in the Chilean educational system.
KEYWORDS: Phenomenological methodology, Teaching of probabilities and statistics, Statistical and probabilistic thinking, Bruner's cognitive theory.

1 I INTRODUCCIÓN

Según algunos autores, una perspectiva fenomenológica en investigación provee de "… una alternativa radical a la comprensión tradicional acerca de lo que creemos que podemos saber acerca del mundo…" (Langdridge, 2007, p. 9). Este tipo de enfoque investigativo es aplicado en varias ciencias relacionadas con el comportamiento humano; por ejemplo, en la ciencia de la enfermería (Trejo, 2012), en marketing (Green et al, 1988) y en psicología general (Langdridge, 2007).

La fenomenología que se considera en este artículo, refiere a la creada por Edmund Husserl durante su vida, intensamente dedicada a la producción filosófica (1889 – 1938). Aplicado, el método fenomenológico, a la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, permitiría operar en las problemáticas propias de esta ciencia, desde una perspectiva integradora que no sólo involucra la tradicional tríada constituida por el profesor, los estudiantes y el saber, sino que también lleva consigo la puesta en escena de la conciencia, centro de toda actividad de conocimiento del ser humano. Atendiendo al perentorio llamado de Husserl: ***¡Volver a las cosas mismas!*** se define una metodología de investigación con métodos específicos de producción: la epojé, la reducción fenomenológica y la variación libre en imaginación. Para una introducción básica acerca de estos métodos ver Capítulo 2 en Langdridge (2007) y, para adentrarse en una visión más teórica, revisar San Martín (2002).

En lo que sigue, se exponen los

principales resultados de un estudio fenomenológico dirigido a la enseñanza y aprendizaje de las nociones fundamentales de la Estadística: experimentos aleatorios, espacio muestral, variables aleatorias y distribuciones de probabilidad, según se presentan en una variedad de textos utilizados en Chile, principalmente en la educación superior.

En este trabajo, se invita al lector a un recorrido donde la práctica de la epojé, "… el proceso mediante el cual intentamos abstenernos de nuestras presuposiciones, esas ideas preconcebidas que podríamos tener acerca de las cosas que nosotros investigamos …" (Langdridge, 2007, p. 17), sea una de sus motivaciones.

2 I EXPERIMENTO, EXPERIMENTO ALEATORIO Y EXPERIMENTO DETERMINÍSTICO

Un *experimento* es un procedimiento replicable que se ejecuta en la realidad, y de cuya realización se obtiene un resultado **observable**[1]. En particular, interesan experimentos denominados *aleatorios*, en los cuales las condiciones experimentales no determinan el resultado; es decir, experimentos *no determinísticos*. Por ejemplo, el experimento que consiste en el lanzamiento al azar de un dado, anotando como resultado el número de puntos que exhibe la cara que queda hacia arriba, es un experimento aleatorio[2]. Sin embargo, si modificamos este experimento, anotando como resultado la suma de los puntos que exhiben las cuatro caras laterales, este último experimento no es aleatorio sino determinístico. La razón obedece a la estructura que siguen las marcas en un dado: marcas en caras opuestas suman siempre 7; por tanto, la suma de los puntos de las caras laterales es igual a (1+2+3+4+5+6)-7=21-7=14.

3 I LA POBLACIÓN DE OBSERVACIONES DE LOS RESULTADOS DE UN EXPERIMENTO ALEATORIO

Las observaciones de los resultados obtenidos a través de realizaciones de un cierto experimento aleatorio, constituyen la *población de observaciones* de los resultados de ese experimento aleatorio, la que puede entenderse a nivel de la realidad o, a un nivel de mayor abstracción, conceptualmente, como una categoría. Ver Bruner, 1978[3]. Desde una perspectiva constructivista, el concepto "población de observaciones (de los resultados) de un experimento aleatorio" debería tener un rol relevante en el proceso de enseñanza y

1 Experimentos cuyos resultados no son observables, no son de interés. Por ejemplo, se entiende que un dado encerrado en una caja hermética de paredes no traslúcidas, suficientemente amplia como para que el dado gire y se mueva en forma arbitraria, produce resultados aleatorios cada vez que la caja hermética se agita y luego se detiene; sin embargo, este experimento no es de interés ya que sus resultados no son observables. De hecho, la apertura de la caja violaría el diseño original del experimento y, en consecuencia, poco o nada podría decirse respecto a los resultados del experimento originalmente diseñado.

2 Llamaremos a este experimento, "el experimento del dado"

3 A nivel de realidad, la población de observaciones podría estarconstituida por las observaciones ya realizadas; pero,-también es posible hacer abstracción de la realidad y concebir la población como estando constituida por todas aquellas observaciones de los resultados del experimentoaleatorioque resulten de una ejecución del experimento. De esta manera, la población se hace conceptual e infinita; infinita en el sentido que puede ser tan amplia en número como uno quiera.

aprendizaje de la Estadística dado que ésta es la población que se busca modelar. Para este propósito, se utiliza una *muestra* de la población, la que está formada por un número *n*, finito, de estas observaciones. El siguiente supuesto permite considerar a una muestra de tamaño *n* suficientemente grande, como un **laboratorio de la población**. (Se puede demostrar que si *n* es suficientemente grande, no hay razones para objetar la capacidad que tiene una muestra de este tamaño para representar a la población).

4 | EL SUPUESTO DE INDEPENDENCIA DE LAS REALIZACIONES DE UN EXPERIMENTO ALEATORIO

Intuitivamente, consideramos cada experimento aleatorio como constituyendo una unidad aislada, cerrada e independiente; una **mónada**. Por tanto, aceptamos que no hay efecto posible sobre el resultado del experimento aleatorio que no provenga de las condiciones experimentales y que no existe efecto alguno que resulte de la realización del experimento; aceptamos, entonces, que no existe otro tipo de causalidad envuelta en el experimento y que, por tanto, la repetición del experimento aleatorio produce *resultados independientes*. A esta concepción a priori acerca del experimento aleatorio, la denominamos *supuesto de independencia de las realizaciones de un experimento aleatorio*.

5 | LOS RESULTADOS DE UN EXPERIMENTO ALEATORIO

La definición de cuáles son los resultados de un experimento aleatorio que se estudia, queda enteramente en manos de quienes estudian tal experimento[4]. Estos resultados, denominados *simples*, pueden tener dos naturalezas. Denominamos *resultados fenoménicos*[5] a los resultados del experimento aleatorio que pueden ser observados a través de realizaciones del experimento. Por otro lado, denominamos *resultados teóricos* del experimento aleatorio, a los resultados cuya existencia queda garantizada aceptando ciertos supuestos[6]. Por ejemplo, si el experimento aleatorio consiste en lanzar un dado al azar cien veces, anotando como resultado la suma de los cien números obtenidos, el resultado “100”, que se obtiene cuando en cada uno de los cien lanzamientos se obtiene “1”, podría ser catalogado como teórico, pero posiblemente, no fenoménico.

Los resultados de un experimento aleatorio podrían establecerse utilizando una codificación conveniente. En este caso, es recomendable que la codificación de los resultados se integre a la definición del experimento; experimentos ambiguos son inadecuados para el aprendizaje. Veamos dos ejemplos.

Ejemplo 1

Suponga que el experimento aleatorio consiste en lanzar un dado al azar, anotando

4 Siempre habrá un grado de reducción de la realidad al establecerse qué se entenderá por un resultado de un cierto experimento: **Siempre que se definealgo, hay también algo que se pierde.**

5 Fenoménico: perteneciente o relativo al fenómeno como apariencia o manifestación de algo.

6 **Tener en cuenta que lo que se supone, no siempre es cierto**

“1”, “2”, “3”; según si el número de puntos que se observa es “1” ó “2”; “3” ó “4”; “5” ó “6”; respectivamente. Observe cómo la codificación definida permite decidir si dos lanzamientos producen el mismo resultado; es decir, cuando los resultados obtenidos se consideran “iguales”. En Figura 1, se muestra una representación icónica de este experimento aleatorio en la cual, los trazos entre nodos se corresponden con cada una de las posibles producciones o *casos* del experimento.

Ejemplo 2

Supongamos que se lanzan aleatoriamente dos dados y que sólo interesa si el número obtenido en cada lanzamiento, es par o impar. Así de impreciso el experimento, hay varias alternativas para anotar un resultado. Elijamos, como codificación para los resultados, la letra *p* y la letra *i* para indicar que un dado arrojó un número par, impar; respectivamente. Todavía más, aceptemos que cada letra preservará la identidad del dado que produce su observación; por ejemplo, anotando el resultado de uno de los dados en primer lugar y el resultado del otro dado en segundo lugar. Entonces, hay exactamente cuatro resultados posibles: *pp*, *pi*, *ip*, *ii*. Observe que, si ignoramos las identidades de los dados de los cuales proceden las observaciones, entonces, hay exactamente tres resultados posibles para este experimento: *pp*, *pi* = *ip*, *ii* . En Figura 2, se muestra una representación icónica de este experimento indicando casos y sus respectivos resultados.

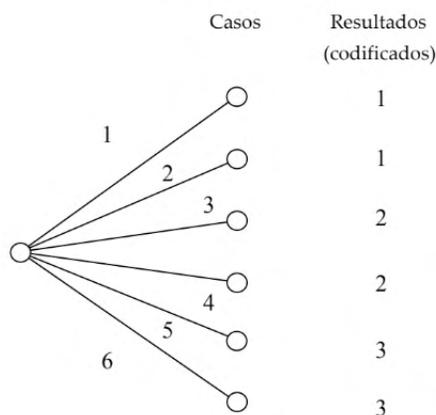



Figura 1

6 I EL SUPUESTO DE EQUIPROBABILIDAD DE LOS CASOS DE UN EXPERIMENTO

Si el modo de producción de los resultados del experimento aleatorio se acepta como conocido y este modo de producción determina un número finito de casos posibles de ser descritos, entonces, bajo *supuesto de igual ocurrencia de los casos* (o *equiprobabilidad de*

los casos) es posible asignar probabilidad a un resultado simple del experimento aleatorio a través de la conocida Regla de Laplace; la que destacamos a continuación.

$$P(R) = \frac{\text{número de casos favorables a } R}{\text{número total de casos}}$$

Esta forma de asignar probabilidades a los resultados simples de un experimento aleatorio, corresponde al denominado *método clásico* de asignación de probabilidades.

En el primer ejemplo y procediendo de este modo, se tiene que dos casos, del total de los seis casos, son favorables a cada posible resultado, asignándose, por tanto, probabilidad $\frac{1}{3}$ a cada uno de los tres resultados. En el segundo ejemplo, hay 36 casos o producciones del experimento; de los cuales, 9 son favorables a *pp*, 9 favorables a *pi*, 9 favorables a *ip* y 9 favorables a *ii*; asignándose, por tanto, probabilidad $\frac{1}{4}$ a cada resultado. Observe que si en este segundo ejemplo se ignora la referencia a la identidad de los dados que originan la observación; es decir, anotando los resultados como parejas no ordenadas, hay 9, 18, 9 casos favorables a *pp, pi = ip, ii* respectivamente; por tanto, en esta situación se asignan las probabilidades $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$respectivamente.

7 I ESPACIO MUESTRAL DE UN EXPERIMENTO ALEATORIO Y SU FAMILIA DE EVENTOS

Sea *E* un experimento aleatorio. Se define el *espacio muestral* del experimento *E* como el **conjunto** cuyos elementos son **todos los resultados simples que, en teoría, pueden obtenerse del experimento** *E*[7]. Observe que una representación conveniente de los resultados del experimento, permite describir los elementos de a través de términos o expresiones cuyos significados podrían mantener un grado de relación con el experimento aleatorio que se estudia. Desde esta perspectiva, el espacio muestral de un experimento aleatorio se constituye en un **modelo matemático** de primera generación[8], un **objeto matemático** proyectado sobre un contexto de la realidad; por tanto, imbuido de posibles significados[9]. Por ejemplo, los espacios muestrales de los tres ejemplos presentados anteriormente, son: S={1,2,3}, S'={*pp, pi, ip, ii*}, y S''= {*pp,pi,ii*}; respectivamente.

7 La noción de espacio muestral, viene de R. von Mises; como menciona Feller, 1950. En inglés,el espacio muestral se denomina“sample space”; de allí la notación.

8 En un modelo matemático de primera generación, los objetos matemáticos del modelo se corresponden con objetos presentes en un contexto de la realidad, lo quepermite aportarsignificado a los objetos abstractos que componen el modelo(Guzmán y Hevia, 2002).

9 Según Duval,2001,los objetos matemáticos, siendo abstractos, sólo son alcanzables a través de representaciones.

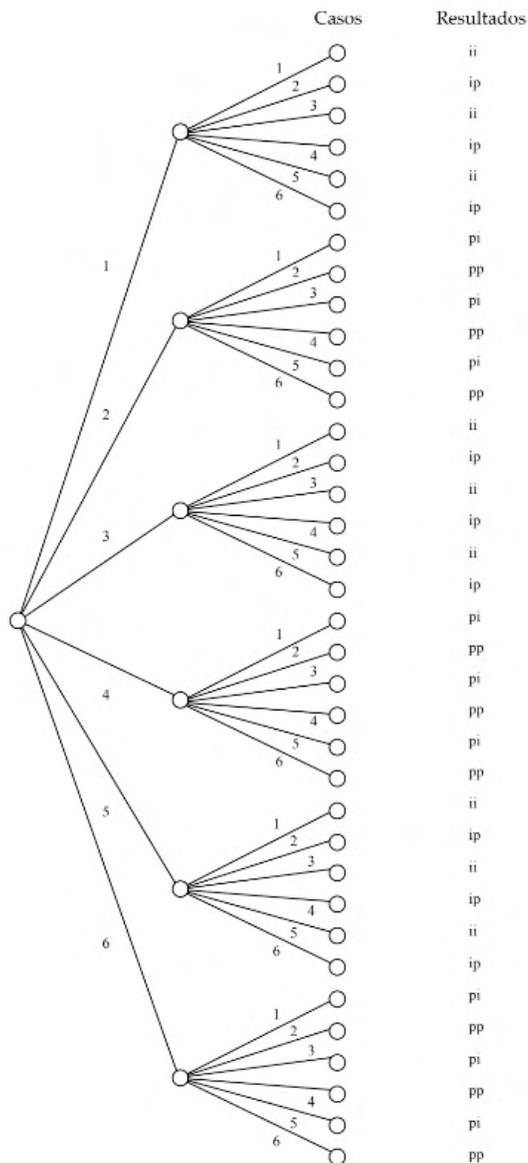



Figura 2

Los elementos de un espacio muestral, es decir, los resultados simples del experimento aleatorio, también se denominan *eventos simples*. Por ejemplo, es un evento simple para los dos últimos espacios muestrales.

En general, un *evento* es una **afirmación** que alude o se refiere, a los resultados de un experimento aleatorio. Por ejemplo, la afirmación “el resultado es un número par”, es un evento para cualquier experimento aleatorio que arroje un número entero como resultado.

Pero estas afirmaciones que constituyen eventos de un experimento aleatorio, deben ser factibles de ser verificadas para cada resultado simple del experimento[10]. Cualquiera sea la afirmación de este tipo que se enuncie en relación a los resultados teóricos de un experimento aleatorio, esta definirá por comprensión, un subconjunto del espacio muestral del experimento.

Entendidos los eventos como **afirmaciones en lenguaje natural** referidas a los resultados simples de un experimento aleatorio, se logra enriquecer el aprendizaje de las probabilidades al hacer posible integrar varios espacios muestrales de interés en los cuales es relevante un mismo evento; pero, cuyos respectivos subconjuntos podrían ser diferentes. Considere, por ejemplo, el evento E: “uno de los dados arroja un número par”. Entonces, $E' = \{pp, pi, ip\}$ y $E'' = \{pp, pi\}$ son representaciones de E en los espacios muestrales S' y S'', respectivamente. Esta flexibilidad alcanzada a través de esta noción de evento, podría tener interesantes implicaciones en la enseñanza y aprendizaje de algunas aplicaciones del Teorema de Bayes, en las que se combinan probabilidades de diferente origen.

8 I LA REPRESENTACIÓN DE UN NÚMERO ALEATORIO: VARIABLE ALEATORIA

En lo que sigue, consideramos experimentos aleatorios cuyos resultados son **números**. Sin duda, a través de estos experimentos aleatorios, se hacen presentes los denominados *números aleatorios*[11]. Supongamos que E es un experimento aleatorio cuyos resultados simples son números. Utilizamos una letra mayúscula, digamos X, para representar al *número aleatorio* que se hace presente a través del experimento E y que es susceptible de ser observado a través de una realización del experimento E. El término recibe el nombre de *variable aleatoria*. Por otro lado, el número que se observa a través de la realización del experimento aleatorio E, se denota por x. Denominamos, a esta definición, la *definición fenomenológica* de variable aleatoria.

Observe que una variable aleatoria , entendida de esta forma, representa un número aleatorio y que estos números aleatorios son factibles de ser reconocidos intuitivamente gracias a la presencia de un cierto experimento aleatorio. Esta definición hace posible aprehender el concepto a que refiere una variable aleatoria, es decir, a “número aleatorio”, en la misma forma en que son aprehendidos los números: como fenómenos que se reconocen directamente en la realidad[12].

De hecho, más temprano que tarde, los autores de textos de educación superior, se inclinan por esta concepción de variable aleatoria ya que la otra alternativa de definición

10 Citando a Feller, 1950, p14:“...Tiene completo sentido hablar acerca de un evento *A* solo cuando está claro para *cada* resultado del experimento si el evento *A* ha ocurrido o no ha ocurrido.”

11 Se debe caer en cuenta que un número aleatorio **no** es un número.Por otro lado, la observación de un número aleatorio, sí se traduce en el registro de un número.

12 Esta propuesta de enseñanza de variable aleatoriaha sido presentada por primera vezen el micro curso *Didáctica Fenomenológica de la Modelación Estadística de los Datos* dictado por el autoren el Primer Congreso Internacional de Estadística, Universidad de Trujillo, Perú; 2013.

existente, denominada aquí *definición funcional*, la cual concibe a una variable aleatoria como una función del espacio muestral de un experimento aleatorio al conjunto de los números reales, se hace insostenible cuando las variables aleatorias que se estudian son continuas. Otros, como Rice, 2007, Durrett, 2009, Lind et al, 2016[13] y Ross 2002; se deciden, prácticamente desde el comienzo, por la definición fenomenológica, señalando, por ejemplo, "una variable aleatoria es esencialmente un número aleatorio"[14].

Si se opta por una aprehensión del concepto de variable aleatoria a través de una definición fenomenológica como la ya señalada, se hace necesario que en forma previa, se consolide el concepto de experimento aleatorio, el cual, debería ser objeto de estudio teniendo en mente este nuevo objetivo, la formación del concepto de número aleatorio a través de experiencias de aprendizaje que involucren experimentos aleatorios cuyos resultados simples sean números. La manipulación previa de experimentos aleatorios en adecuados niveles escolares, permitiría incorporar significados para los números aleatorios, los que estarían directamente ligados a las experiencias de los estudiantes. Ello también contribuiría a la formación de representaciones icónicas para experimentos aleatorios más generales, las que tienen un rol destacado en la construcción de los conceptos de probabilidad. (En relación a los tipos de representaciones, ver Bruner, 1964.) Idealmente, podría ser factible que estos objetivos estén logrados en los años previos a la enseñanza media. Siguiendo esta línea investigativa, se está desarrollando una investigación preliminar con el objetivo de determinar el estatus del objeto "experimento aleatorio" en los textos escolares de Chile (Figueroa y Hevia, en preparación).

A continuación, una breve digresión sobre la enseñanza del concepto de variable aleatoria cuando se utiliza la aquí denominada "definición funcional". Lo usual en los textos de Estadística, cualquiera sea el nivel de los estudios, básico, medio, superior (pregrado), consiste en definir "variable aleatoria" como una función matemática cuyo dominio es el espacio muestral *S* de un experimento aleatorio y cuyo recorrido es el conjunto de los números reales. Desde el punto de vista del aprendizaje, hay más de una razón que harían no recomendable esta definición. En primer lugar, ya sea que el experimento aleatorio entregue resultados numéricos o no, una definición como tal tiene una utilidad dudosa ya que no iría más allá de ser una mera codificación de los resultados del experimento. Tal codificación podría agregarse como una especificación más en la definición del experimento aleatorio que se estudia, permitiendo omitir la referencia al objeto matemático función. Pero hay una segunda razón que hace no recomendable la definición de variable aleatoria como función matemática: la utilización del objeto matemático función para definir el concepto de variable aleatoria, otorga mayor abstracción a este concepto, alejándolo de la realidad en el sentido que se explica en Hevia, 2021.

13 En particular, Lind et al, 2015,p 157,identifican"experimento aleatorio" con "variable aleatoria", expresando: "*En cualquier experimento aleatorio, los resultados se presentan al azar; así, a éste se le denomina **variable aleatoria**"*
14 Rice, 2007, p 35,inicia el capítulo dedicado a variables aleatorias señalando: "*A random variable is essentially a random number."*

Volvamos al concepto de variable aleatoria como la representación de un número aleatorio. Una característica relevante de una variable aleatoria es que tiene carácter de representación única y, a la vez, múltiple[15]. Por esta razón, el álgebra de variables aleatorias debe tener consideraciones propias. Por ejemplo, en el experimento del dado, la variable aleatoria X es el número de puntos que exhibe la cara superior. Por tanto, la suma de los números que se obtienen en dos realizaciones (independientes) del experimento debe representarse diferenciando entre estos dos números aleatorios, escribiendo, por ejemplo, $X + Y$ o $X_1 + X_2$[16]. En este último caso, preservamos la letra X para indicar que estamos frente a resultados de un mismo experimento E, pero diferenciamos por medio de subíndices para señalar que corresponden a resultados que provienen de dos realizaciones diferentes del experimento. Observe que $T = X_1 + X_2$ es una nueva variable aleatoria, la que podría tomar cualquier valor entero de 2 a 12.

La notación introducida que utiliza subíndices, es cómoda para representar y manipular teóricamente una muestra (o parte) de la población; en particular, para representar muestras independientes e idénticamente distribuidas de tamaño de la población X (abreviadamente, muestras iid de la población X). Este tipo de muestras juega un rol importante en la teoría de la estimación y en las técnicas de la inferencia estadística. De esta forma, una muestra de tamaño n de la población X podría ser representada por el sistema de variables aleatorias $X_1, X_2, \ldots, X_n$.[17]

Observe, en el párrafo anterior, la naturalidad de la utilización de la variable aleatoria X para referirse a la población de observaciones del experimento aleatorio donde se presenta X.

9 | EL SUPUESTO DE EXISTENCIA DE UN MODELO DE PROBABILIDAD PARA LA POBLACIÓN DE OBSERVACIONES DE LOS RESULTADOS DE UN EXPERIMENTO ALEATORIO *E* CUYO ESPACIO MUESTRAL *S* ES FINITO

Parece práctico abreviar “población de observaciones de los resultados de un experimento”, por “población de observaciones de un experimento”, lo que haremos en adelante.

Dado un experimento aleatorio E, tiene sentido asignar un único objeto matemático a la población de observaciones de E, cuyo rol sea establecer una ley para las probabilidades que posiblemente estén presentes en las observaciones del experimento E. Este objeto matemático cumple el rol de *modelo de probabilidad* para la población de observaciones del experimento E al establecer un patrón de referencia para las frecuencias relativas que

15 Es importante tener en consideración que una variable aleatoria X representa una únicaobservación de unresultado del experimento; de aquí provieneel carácter único dela representación. Simultáneamente, esta observación puede referirse a cualquiera de los valores de la variedadde resultados que produce el experimento; de allí proviene la multiplicidad de la representación.

16 Observe la naturalidad de la presencia de varias dimensiones, ya en los inicios de unestudiosobre números aleatorios y sus representaciones.

17 Las muestras definidas en punto 3, bajo supuesto de independencia, punto 4, son muestras iid.

aparecen en una muestra de la población de observaciones de *E*.

En particular, si el conjunto de los resultados teóricos del experimento aleatorio es finito[18], se utiliza como modelo, una función matemática que asigna probabilidad a cada uno de estos posibles resultados y que se denomina *función de masa de probabilidad (fmp)*. Sin embargo, no existe razón alguna para afirmar que la población de observaciones de cualquier experimento aleatorio cuyo espacio muestral es finito, posee un modelo de tal naturaleza; tampoco en el caso de experimentos más generales. Estamos en presencia de un nuevo supuesto: el supuesto de existencia de un modelo de probabilidad para la población de observaciones de un experimento aleatorio *E*, cuyo espacio muestral *S* es finito.

Sea *E* un experimento aleatorio cuyo espacio muestral *S* es finito. Sea *X* el número aleatorio que se presenta en el experimento aleatorio *E* y supongamos que existe una ***medida o probabilidad de ocurrencia*** para cada resultado teórico *x* del experimento *E,* denotada por $P(X=x)$[19]. Entonces,

$$f(x) = P(X = x); \text{ para todo } x \in S,$$

se denomina, una función de masa de probabilidad de *X*.[20] Esta función de masa de probabilidad $f(x)$ se interpreta como un modelo de probabilidad para la población de observaciones del experimento *E*. Aún más brevemente, podría decirse que $f(x)$ es un modelo de probabilidad para la población *X*.

Por ejemplo, si *E* es el experimento del dado, bajo el supuesto de equiprobabilidad de los casos, se obtiene

$$f(x) = \frac{1}{6}, \qquad \forall x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

Esta función de masa de probabilidad puede interpretarse como un modelo de probabilidad para la población *X* del experimento del dado.

En el ejemplo anterior, el modelo de probabilidad se ha deducido bajo el supuesto de que un dado honesto no privilegia la ocurrencia de alguno de los seis resultados y que, por tanto, la equiprobabilidad es una característica inherente a este tipo de dado. Sin embargo, nada garantiza que el modelo deducido sea válido para la población de observaciones que se estudia. Esto, inevitablemente, conducirá a requerir **pruebas de validez** para el modelo deducido.

10 | OBSERVACIONES FINALES

Dado que una tabla de valores otorga probabilidades sin recurrir al objeto matemático

18 O infinito numerable.

19 En este supuesto se está aceptando la existencia de un modelo de probabilidad para la población de observaciones de *E*.

20 Se entiende que estas probabilidades satisfacen las leyes básicas; por ejemplo, las que establecen los axiomas de Kolmogorov; aunque simplificados, dado que se ha aceptadoque *S* es finito.

función, sería posible asimilar el concepto de modelo de una población, prescindiendo del objeto matemático función; al menos, en los primeros años de estudio. Por ejemplo, ver Lind, 2015.

Si la función de distribución de probabilidad, como se denomina en general a una fmp, no se presenta como modelo matemático de la población de observaciones, entonces el concepto estadístico de "ajuste de un modelo a los datos", queda desprovisto de sentido.

Resumamos lo visto, representando: ***experimento aleatorio, resultados de un experimento, observación (de un resultado del experimento aleatorio) y población de observaciones, espacio muestral, eventos simples y eventos compuestos (no simples)***, ***variable aleatoria***, ***distribución de probabilidad*** en un diagrama que permita visualizar o al menos percibir, las relaciones existentes entre ellos (ver Figura 3). Tres de estos objetos: ***experimento aleatorio***, ***población de observaciones*** y ***espacio muestral***, aparecen como conceptos fundacionales para la construcción de pensamiento estadístico y probabilístico. Observe que, en sus naturalezas, estos conceptos fundacionales son: un proceso, una categoría, un modelo matemático (que involucra un objeto matemático).

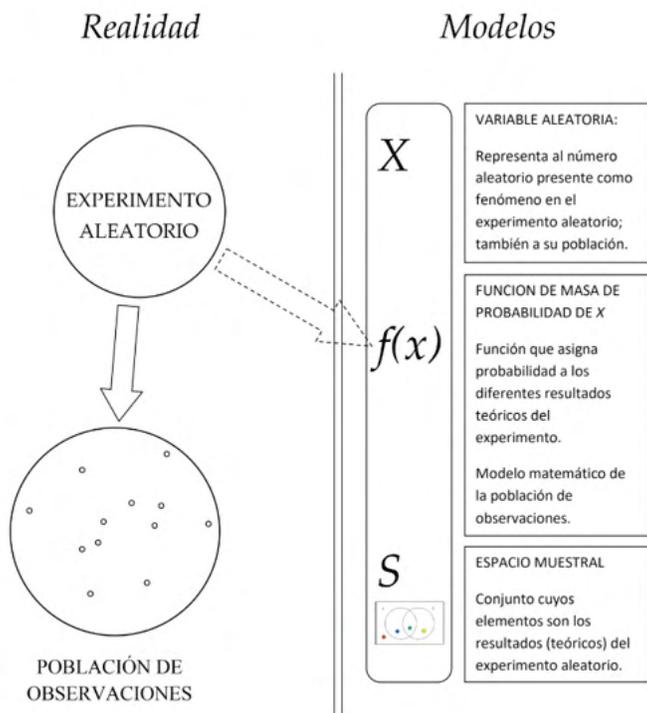



Figura 3: Si los resultados del experimento aleatorio no son números, entonces, la variable aleatoria no queda definida.

De lo anterior, pareciera recomendable que los estudiantes sean capaces de

reconocer estos objetos de conocimiento, como preparación necesaria para el inicio de sus estudios de Estadística[21]; en caso contrario, es posible que se esté dando curso a inevitables obstáculos en el desarrollo del pensamiento estadístico de los estudiantes.

En Figura 3, la flecha punteada indica que, si el modo de producción de los resultados del experimento aleatorio es conocido a entera cabalidad, el modelo de probabilidad de la población podría ser construido exclusivamente a través de consideraciones meramente teóricas. Sin embargo, nunca podría ser probado como tal, sino validado. En una primera instancia, estas pruebas de validez podrían fundamentarse principalmente en la denominada Ley (débil) de los grandes números. Ver Ross, 2002, p129. Por otro lado, la flecha continua establecería un orden de precedencia entre: experimento aleatorio, observaciones, población de observaciones.

REFERENCIAS

Bruner, J. S. (1964). The course of cognitive growth. *American Psycologist*, 1–15.

Bruner, J. S., Goodnaw, J. J. y Austin, G. A. (1978). *El proceso mental en el aprendizaje*, Madrid: Nancea.

Durrett, R. (2009). *Elementary Probability for Applications*, Cambridge University Press.

Duval, R. (2001). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la RSME*, Vol. 9.1, 143–168.

Feller, W. (1950). *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*, Third edition. John Wiley & Sons, Inc..

Figueroa, R. y Hevia, H. (en preparación) Experimento aleatorio, su estatus en los textos de estudios en Chile. Trabajo final para optar al grado de Magíster en Didáctica de la Matemática, Facultad de Educación, Universidad Alberto Hurtado, Chile.

Gårding, L. (1977). *Encounter with Mathematics*, Springer-Verlag, New York Inc.

Green, P. E., Tull; D. S. y Albaum, G. (1988). *Research for Marketing Decisions*, fifth edition. Prentice Hall.

Guzmán, I. y Hevia, H. (2002). Modelos Matemáticos y su Incidencia en el Aprendizaje de las Matemáticas. Publicado en Informe Técnico CIDIC 2, Universidad Adolfo Ibáñez, Chile (2008).

Hevia, H. (apr./jun. 2021). Incidencia de los Paradigmas de la Matemática en la Enseñanza y Aprendizaje de la Estadística; *South Florida Journal of Development*, **v. 2**, **n. 2**. DOI: 10.46932/sfjdv2n2-094

21 Pareciera apropiado establecer como un objetivo de la Enseñanza Básica en el eje temático “Estadística y Probabilidades”, que estos tres conceptos fundamentales formen parte del conocimiento logrado por los estudiantes en los primeros años de estudio y en forma previa a todo otro estudio de la Estadística.

Langdridge, D. (2007). *Phenomenological Psychology. Theory, Research and Method*. Pearson Prentice Hall.

Lind, D. A., Marchal, W. G. y Wathen, S. A. (2015) *Estadística aplicada a los negocios y la economía*, décimo sexta edición. McGraw-Hill.

Rice, J. A. (2007) *Mathematical Statistics and Data Analysis*, third edition. Thomson.

Ross, S. (2002) *Probabilidad y Estadística para Ingenieros*, segunda edición. McGraw-Hill.

San Martín, J. (2002) *La estructura del Método Fenomenológico*. Universidad Nacional de Educación a Distancia, Madrid.

Trejo, F. (2012). Fenomenología como método de investigación: Una opción para el profesional de enfermería. *Revista de Enfermería Neurológica* (Mex) Vol. 11, No. 2: 98-101.

CAPÍTULO 6

MONITOREO Y PROGRESIÓN DE SABERES, HABILIDADES Y ACTITUDES EN LA FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICA

Data de aceite: 01/02/2022
Data de submissão: 08/11/2021

Alejandro Nettle-Valenzuela
Departamento de Matemática, Física y Computación, Facultad de Ciencias Naturales y Exactas, Universidad de Playa Ancha
Valparaíso, Chile
https://orcid.org/0000-0003-2160-6338

Carlos Silva-Córdova
Departamento de Matemática, Física y Computación, Facultad de Ciencias Naturales y Exactas
https://orcid.org/0000-0001-6357-4317

RESUMEN: Introducción: La Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura ha establecido una agenda para el año 2030 que garantiza la universalidad de la enseñanza formal primaria o secundaria. Chile instaló un sistema legislativo complejo, sin embargo no existen mecanismos que permitan monitorear la formación inicial de profesores de Matemática. **Objetivo:** proponer un modelo de monitoreo y progresión de saberes, habilidades y actitudes que evidencian los estudiantes durante su tránsito en la formación inicial de profesores de Matemática en la Universidad de Playa Ancha, Chile. **Metodología:** La propuesta de monitoreo se enmarca en un enfoque de racionalidad cualitativa a partir de la Teoría Sociocultural. Se realizó un estudio de casos con énfasis en razonamientos inductivos. Participaron 84 estudiantes de la Carrera de Pedagogía en Matemática quienes demostraron competencias a través de sus producciones, significados y comunicaciones dialógicas. **Resultados:** Se propone un modelo de monitoreo, progresión de saberes, habilidades y actitudes con hitos de competencias durante la formación inicial, que dialogan con el territorio y su comunidad, y que se encuentra mediado por un sistema de representaciones semióticas compartidas. Las percepciones de los estudiantes acerca del desarrollo de sus competencias incrementan en satisfacción a medida que avanzan en el plan de estudios (40% en 2º semestre y 83,3% en 8º semestre). **Conclusiones:** el modelo de monitoreo y progresión permite tomar decisiones para el cumplimiento del perfil de egreso y gestiones institucionales.

PALABRAS CLAVE: Competencia, Educación Inclusiva, formación inicial de profesores, estándares de calidad, aseguramiento de la calidad.

MONITORING AND PROGRESSION OF KNOWLEDGE, SKILLS AND ATTITUDES IN THE INITIAL TRAINING OF MATH TEACHERS

ABSTRACT: Introduction: The United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization has established an agenda for the year 2030 that guarantees the universality of formal primary or secondary education. Chile installed a complex legislative system, however there are no mechanisms to monitor the initial training of mathematics teachers. **Objective:** to propose a model for the monitoring and progression of

knowledge, skills and attitudes that students show during their transit in the initial training of mathematics teachers at the University of Playa Ancha, Chile. **Methodology:** The monitoring proposal is framed within a qualitative rationality approach based on Sociocultural Theory. A case study was conducted with an emphasis on inductive reasoning. 84 students of the Mathematics Pedagogy Career participated, who demonstrated competencies through their productions, meanings and dialogic communications. **Results:** A monitoring model is proposed, progression of knowledge, skills and attitudes with milestones of competencies during initial training, which dialogue with the territory and its community, and which is mediated by a system of shared semiotic representations. Students' perceptions about the development of their competencies increase in satisfaction as they progress through the curriculum (40% in 2nd semester and 83.3% in 8th semester). **Conclusions:** the monitoring and progression model allows decisions to be made to comply with the graduation profile and institutional procedures.
KEYWORDS: Skills, inclusive education, initial teacher training, quality standards, quality assurance.

1 | INTRODUCCIÓN

Hoy en día nadie duda que la educación es la estrategia más eficaz y poderosa que poseemos como sociedad que enfrenta grandes desafíos, como es el cambio climático o el envejecimiento de la población, y que aspira a ser inclusiva, pero con un modelo de crecimiento y desarrollo sostenible. Los profesores han sido reconocidos como los principales agentes para el acceso, aseguramiento de la calidad, equidad de la educación y el desarrollo de competencias (UNESCO, 2021).

La noción de competencia tiene como precursor a John Dewey a través de su teoría de educación "learning by doing", que hace distingo entre saber qué y saber cómo. Este filósofo de la escuela pragmática norteamericana postuló que no existen creencias con bases exclusivamente lógicas sino que la actividad del pensamiento está subordinada a los fines de la acción (RUIZ, 2013). Entonces, el desarrollo curricular debe centrarse en la acción, mientras que el aprendizaje está movilizado por la acción en entornos diversos y cambiantes.

El enfoque sociocultural señala que el comportamiento y pensamiento humano son el resultado de la interacción social marcada por intercambio de significados (BLUMER, 1969). Esto plantea diferenciar entre la construcción de conocimientos (BEILLEROT, 1998) y de saberes (FOUCAULT, 2010). Además de incorporar el componente reflexión en la práctica (DEWEY, 1989), conjuntamente con la exploración de significados asociados a la representación del trabajo en comunidades (WENGER, 2001) para la emergencia de los aprendizajes deseados.

La Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) ha establecido una ambiciosa agenda para el año 2030, la cual se instala sobre el reconocimiento que muchos de los actuales profesores en ejercicio no están debidamente

cualificados para la universalidad de la enseñanza formal primaria o secundaria (UNESCO, 2016).

Chile ha suscrito este compromiso e instaló un sistema complejo de mecanismos tendientes a ser el basamento que da soporte al logro de esta agenda (ley 20.129 que establece un Sistema Nacional de Aseguramiento de la Calidad de la Educación Superior, Ley General de Educación, Ley 20.903 que crea el Sistema de Desarrollo Profesional Docente, Estándares de la Profesión Docente, Estándares Pedagógicos y Disciplinarios para Carreras de Pedagogía, etc.). Así, las carreras con titulaciones de Profesor deben someter sus procesos formativos para su acreditación ante un ente rector de estado y certificar la calidad sus egresados validando sus saberes profesionales y disciplinares, habilidades y actitudes conforme a estándares preestablecidos de calidad (Ley 20.129, Ley 20.903).

El propósito del presente capítulo es proponer un modelo de monitoreo y progresión de saberes, habilidades y actitudes que evidencian los estudiantes durante su tránsito en la formación inicial de profesores de Matemática en la UPLA.

2 | PERFIL DE EGRESO DE LA CARRERA

Pedagogía en Matemática de la Universidad de Playa Ancha de Ciencias de la Educación (UPLA) es una carrera prima en la institución, con directa ascendencia de Pedagogía en Matemática y Física de la sede Valparaíso de la Universidad de Chile, cuyo origen data de 1958 según consta en V sesión ordinaria del Honorable Consejo Universitario de la Universidad de Chile (NETTLE, SILVA, 2017). Su propósito fundamental es el desarrollo y mejoramiento permanente en la formación de profesores de Matemática para la educación secundaria de Chile -que incorporan las nuevas tecnologías en los procesos de enseñanza y aprendizaje- y graduados de la educación. Esta formación se vincula con el territorio estableciendo procesos dialógicos caracterizados por un formato horizontal y bidireccional, aportando a su formación en la calidad y responsabilidad social, y contribuyendo a construir una sociedad inclusiva.

La carrera de Pedagogía en Matemática de la UPLA, en lo que sigue la Carrera, ha establecido un perfil de egreso expresado en competencias, las cuales están en profunda coherencia con los estándares de calidad asociados a la formación y profesión docente en la disciplina Matemática levantados por el Ministerio de Educación del Gobierno de Chile (MINEDUC). El Profesor de Matemática egresado de la UPLA es un profesional que posee las siguientes competencias:

a) Demuestra competencias disciplinarias en los saberes fundamentales de la disciplina que enseña, en el saber pedagógico de la matemática y en las bases curriculares nacionales;

b) Aplica, de manera adecuada y eficaz, los saberes de Ciencias de la Educación y

la Pedagogía para suscitar en sus estudiantes aprendizajes co-construidos de los saberes de la disciplina que enseña;

c) Actúa comprometido con su entorno, diverso y dinámico, a través de un perfil ético, humanista, analítico, crítico y creativo que privilegia la calidad, la responsabilidad social y la inclusión;

d) Utiliza -de manera segura y eficaz- las tecnologías de información y comunicación para crear y comunicar información para la promoción del aprendizaje de los saberes matemáticos y de su quehacer profesional.

El levantamiento de este perfil de egreso establece un compromiso educativo tácito con sus estudiantes cuya expresión son las competencias, y respectivos resultados de aprendizajes, que deberán demostrar sus estudiantes. Dichas demostraciones se ajustan a los modos y protocolos que la Universidad ha establecido en el Modelo Educativo (2011) y Proyecto Educativo (2011) institucional.

3 I PLAN DE ESTUDIOS DE LA CARRERA

El plan de estudios de la Carrera entra en vigencia el año 2014 (Decreto Exento Nº 0676 / 2014, Nº 0565 / 2017, Nº0579 / 2017, Nº 0837 / 2017), desarrolla un currículo con un volumen total de aprendizajes de 274 créditos SCT-UPLA (i.e., 7.398 horas cronológicas -que equivale a 9.864 horas pedagógicas- que corresponden a la dedicación promedio de un estudiante a tiempo completo) los cuales se despliegan durante nueve semestre lectivos. Su formulación organiza el tiempo lectivo y secuencia la progresión para el desarrollo de las competencias declaradas en el perfil de egreso (Tabla 1-5).

Sem	Actividad Curricular	Períodos Lectivos	SCT-UPLA
1	Habilidades Comunicativas para el Desarrollo del Aprendizaje y la Enseñanza I	2	2
1	Desarrollo Psicológico del Estudiante en Contexto Educativo	2	4
1	Lenguaje Matemático	3	6
1	Álgebra Clásica	3	6
1	Modelo Cartesiano de la Geometría Euclidiana	2	4
1	Software para el Aprendizaje de la Matemática	2	4
1	Taller de Preparación para la Práctica Inicial	1	2
2	Habilidades Comunicativas para el Desarrollo del Aprendizaje y la Enseñanza II	2	2
2	Fundamentación del Saber Pedagógico	2	4
2	Aprendizajes Societales de la Educación	2	4
2	Sistemas Numéricos Referenciales	3	6
2	Cálculo Diferencial en una Variable	3	6

2	Estadística Descriptiva y Azar	2	4
2	Conceptos de Computación bajo un Modelo Matemático	2	4
2	Pasantía Inicial	1	2

Tabla 1. Plan de Estudios de Pedagogía en Matemática de la Universidad de Playa Ancha de Ciencias de la Educación, Actividades Curriculares 1er año de formación

Fuente: Comisión Curricular de la Carrera

Sem	Actividad Curricular	Períodos Lectivos	SCT-UPLA
3	Empleo de TICs para la vida Académica	2	2
3	Orientación Educacional para el Desarrollo de la Persona	2	4
3	Álgebra Lineal	3	6
3	Cálculo Integral y Series en una Variable	3	6
3	Modelo Sintético de la Geometría Euclidina Plana	3	6
3	Taller de Sistemas Operativos y Redes	2	4
3	Taller de Preparación de la Práctica Intermedia	2	4
4	Empleo de TICs para la vida Profesional	2	2
4	Políticas y Gestión en Sistemas Educativos para el Logro de Aprendizajes	2	4
4	Matemática Discreta	2	4
4	Cálculo Vectorial	3	6
4	Modelo Sintético de la Geometría Euclidiana del Espacio	2	4
4	Lenguajes y Paradigmas de Programación	2	4
4	Práctica Intermedia Integradora	2	4

Tabla 2. Plan de Estudios de Pedagogía en Matemática de la Universidad de Playa Ancha de Ciencias de la Educación, Actividades Curriculares 2º año de formación

Fuente: Comisión Curricular de la Carrera

Sem	Actividad Curricular	Períodos Lectivos	SCT-UPLA
5	Segunda Lengua: Nivel Elemental	2	2
5	Currículum Educacional	2	4
5	Álgebra Abstracta	3	6
5	Análisis Numérico	2	4
5	Transformaciones Geométricas	3	6
5	Gestión de Entornos de Aprendizajes Virtuales	2	4
5	Taller de Preparación para la Práctica Avanzada	2	4
6	Segunda Lengua: Nivel Básico	2	2
6	Evaluación Educacional de Aprendizajes	2	4
6	Estrategias Creativas de Enseñanza y Aprendizaje	2	4
6	Modelamiento con Matemática Discreta	2	4
6	Modelos de Evolución	3	6
6	Elementos de la Topología para la Geometría	2	4

6	Entornos de Aprendizajes Personalizados y Redes Sociales	2	4
6	Taller de Estrategias y Micro Intervención	2	6

Tabla 3. Plan de Estudios de Pedagogía en Matemática de la Universidad de Playa Ancha de Ciencias de la Educación, Actividades Curriculares 3er año de formación

Fuente: Comisión Curricular de la Carrera

Sem	Actividad Curricular	Períodos Lectivos	SCT-UPLA
7	Segunda Lengua: Nivel Intermedio 1	2	2
7	Enfoques Pedagógicos sobre los Saberes Disciplinarios	2	4
7	Didáctica del Álgebra y los Números	2	4
7	Inferencia Estadística	2	4
7	Modelos de Geometría No Euclidiana	2	4
7	Las TICs en los Procesos Educativos y de Gestión	2	4
7	Taller de Práctica Avanzada Mediada	3	6
8	Segundo Lengua: Nivel Intermedio 2	2	2
8	Investigación Educacional	2	6
8	Integración Sistémica de la Matemática en el Currículum Nacional	3	6
8	Didáctica del Azar y lo Determinístico	2	4
8	Didáctica de la Geometría	2	4
8	Proyecto Educativo TICs	2	4
8	Taller de Preparación para la Práctica Final	3	6

Tabla 4. Plan de Estudios de Pedagogía en Matemática de la Universidad de Playa Ancha de Ciencias de la Educación, Actividades Curriculares 4º año de formación

Fuente: Comisión Curricular de la Carrera

Sem	Actividad Curricular	Períodos Lectivos	SCT-UPLA
9	Práctica Profesional	1	10
9	Trabajo de Síntesis Profesional	2	12
9	Sello Institucional	0	8

Tabla 5. Plan de Estudios de Pedagogía en Matemática de la Universidad de Playa Ancha de Ciencias de la Educación, Actividades Curriculares 5º año de formación

Fuente: Comisión Curricular de la Carrera

4 I PROPUESTA PARA EL MONITOREO DE PROGRESIÓN DE SABERES, HABILIDADES Y ACTITUDES

4.1 Identificación de los momentos fomativos

El plan de estudios de la Carrera tiene (implícito) tres momentos formativos progresivos y graduados centrado en los o las estudiantes por los cuales transitan, y demuestran competencias. Estos momentos son estadios por los cuales estos tránsitos se

traducen en el desarrollo de un conjunto de resultados de aprendizajes esperados, es decir, enunciados acerca de lo que se espera que el o la estudiante debe saber, comprender y capaz de hacer y demostrar (JENKINS, UNWIN, 2001; GOSLING, MOON, 2001) como resultado final de una actividad de aprendizaje en contextos lectivos o no.

Entre primer y cuarto semestre los o las estudiantes vivencian el estadio explicativo, de quinto a sexto semestre el argumentativo, y de séptimo a noveno semestre el propositivo. El estadio explicativo es un estado evolutivo caracterizado por procesos cognoscitivos que consideran el recordar, comprender y aplicar. Mientras que el estadio argumentativo privilegia el analizar, evidenciando la dimensión dialógica, pero también la dimensión pública del razonamiento a través de la comunicación lingüística evitando el sesgo cognitivo. Por último; el estadio propositivo es el estado evolutivo superior en el cual los o las estudiantes ponen en acción procesos cognoscitivos tales como la evaluación o la creación de modelos (KRATHWOHL, 2002).

4.2 Levantamiento de la propuesta para el monitoreo

En coherencia con el Modelo Educativo de la institución y el propósito de este trabajo, ontológica y epistemológicamente, este estudio se adscribe metodológicamente a un enfoque cualitativo, cuyo diseño es un estudio de caso con énfasis en los razonamientos inductivos.

Participaron estudiantes regulares de la Carrera (n=84). Los métodos de recolección de datos fueron cuestionarios, entrevistas en profundidad y observación directa de las producciones centradas en estos participantes. Conforme al objetivo, se ha privilegiado una estrategia que aborde, en primera instancia, percepciones acerca del estado de desarrollo de sus competencias asociadas a la práctica pedagógica: investigativas, de reflexión y actuación crítica demostrando autovaloración y responsabilidad social al promover la inclusividad y la atención a la diversidad en el ámbito profesional con un sólido compromiso por las personas en tanto sujetos de derecho. En una muestra teórica se seleccionaron participantes (n=8) para desarrollar la triangulación metodológica referida al análisis derivado de la aplicación de distintos métodos complementarios de recogida de la información, con fines de contrastar los resultados y verificar las conclusiones en la emergencia de los significados (DENZIN, 2009).

Para identificar las percepciones antes señaladas se aplicó un cuestionario de opinión sobre las prácticas profesionales (ROMERO-SOTO, 2018) que permite establecer un referencial que posibilita la contrastación a través de un proceso de validación externa acerca de la declaración del estado de desarrollo de estas competencias. Estas respuestas se clasificaron en tres categorías: “insatisfactorio”, “adecuado” y “satisfactorio”.

El proceso de validación externa consideró el diseño de un espacio colectivo de aprendizaje denominado Proyecto Integrador de Saberes (PIS) que -tiene el propósito de incrementar la zona de desarrollo próximo (VYGOTSKY, 1979) en el estudiante- se extiende

semestre a semestre, y está inserto en el territorio promoviendo el diálogo horizontal entre la comunidad de la carrera y la territorial que es externa a la Universidad.

En este espacio los participantes confluyen motivados por la autovaloración y la responsabilidad social definiendo un problema cotidiano que debe ser resuelto con herramientas de la matemática. Además, las dinámicas de contextos variantes están marcados por la movilización de competencias investigativas, de reflexión y de actuación crítica las cuales son evaluadas mediante un dispositivo institucional.

4.3 Modelo final de monitoreo

El proceso de validación externa está soportado por la mediación semiótica dada por el lenguaje. El lenguaje se concibe como instrumento para desarrollar las interrelaciones sociales y los productos culturales, y entonces el foco se centró en el análisis argumentativo (TOULMIN, 2003) de los estudiantes que dialogan en función de PIS demostrando las competencias asociadas a la práctica pedagógica.

Las percepciones de los estudiantes acerca del desarrollo de sus competencias, incrementan en satisfacción a medida que avanzan en el plan de estudios, (40% en 2º semestre y 83,3% en 8º semestre). Los resultados muestran coherencia entre lo observado y las percepciones de los participantes, emergiendo el modelo evaluativo con hitos de competencias durante la formación inicial, que dialogan con el territorio y su comunidad, y que se encuentra mediado por un sistema de representaciones semióticas compartidas (Figura 1).

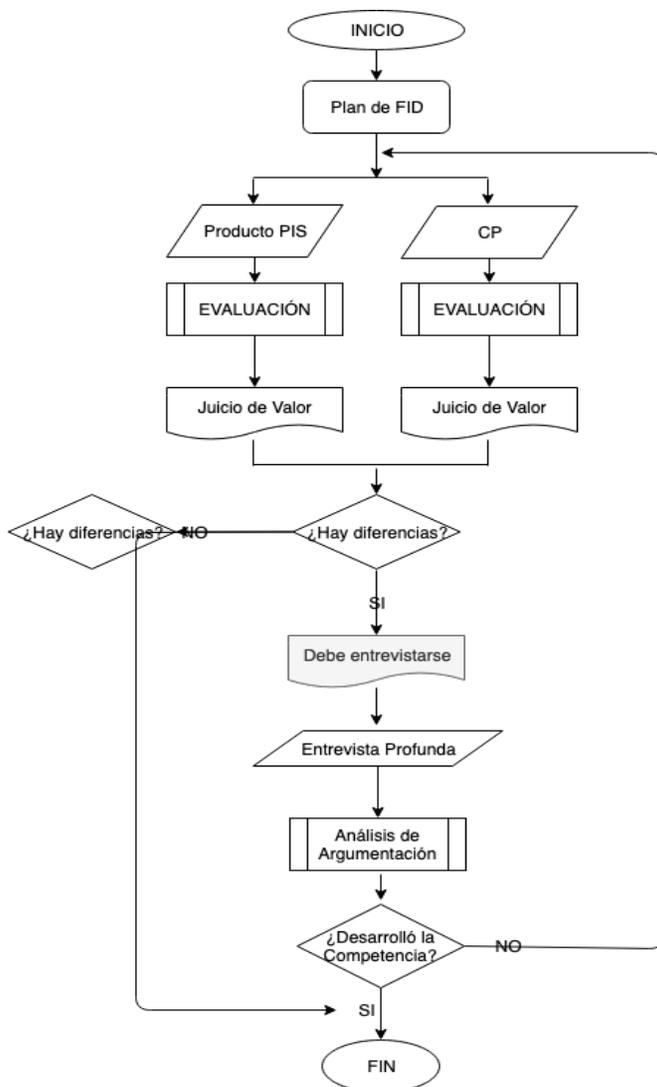



Figura 1. Evaluación de competencias de la práctica pedagógica.

Fuente propia.

4.4 Consideraciones finales

A la luz de este marco de reflexión, se ha puesto en evidencia que no son pocos los formadores matemáticos de oficio que interpretan a la Matemática desde una postura idealista platónica por sobre una constructivista social. Esto plantea un desafío adicional: fundar una comunidad de formadores de profesores de Matemática de la UPLA que dialoga valorando y aceptando la producción de significados de experiencias de aprendizaje, e interprete el aprendizaje como acción (NETTLE, SILVA, 2017).

REFERENCIAS

BEILLEROT, Jacky. **Los saberes, sus concepciones y su naturaleza**. En J. Beillerot, C. Blanchard-Laville, y N. Mosconi (Eds.), Saber y relación con el saber (pp. 19-42). Buenos Aires: Paidós. 1998.

BLUMER, Herbert. **Symbolic Interactionism: Perspective and Method**. Englewood Cliffs, Nueva Jersey: Prentice-Hall. 1969.

DENZIN, Norman K. **Strategies of Multiple Triangulation**. En N.K. Denzin (Ed.), The Research Act: A Theoretical Introduction to Sociological Methods. Nueva York: Routledge. 2009.

DEWEY, John. **Cómo pensamos: Cognición y desarrollo humano**. Barcelona: Paidós. 1989.

FOUCAULT, Michel. **La arqueología del saber**. México: Siglo XXI. 2010.

GOSLING, David; y MOON, Jenny. **How to use Learning Outcomes and Assessment Criteria**. Londres: SEEC Office. 2001.

JENKINS, Alan; y UNWIN, Dave. **How to write learning outcomes**. 2001. Disponible en: https://www.ubalt.edu/cas/faculty/faculty-matters/How%20to%20write%20student%20learning%20outcomes.pdf. Acceso en: 05 nov. 2021.

KRATHWOHL, David. (2002). **A revision of Bloom's Taxonomy. An overview**. En Theory into Practice, 41(4), 212-218. 2002.

NETTLE-VALENZUELA, Alejandro; y SILVA-CÓRDOVA, Carlos. (2017). **La formación inicial de docentes en Matemática en la Universidad de Playa Ancha de Ciencias de la Educación**. En L. Pino-Fan, Á. Poblete, y V. Díaz (Eds.), Perspectivas de la investigación sobre la formación de profesores de matemáticas en Chile (pp. 133-156). Osorno: Cuadernos de Sofía.

ORGANIZACIÓN DE LAS NACIONES UNIDAS PARA LA EDUCACIÓN, LA CIENCIA Y LA CULTURA. **Docentes**. UNESCO, 2021. Disponible en: https://es.unesco.org/themes/docentes. Acceso en: 28 oct. 2021.

ORGANIZACIÓN DE LAS NACIONES UNIDAS PARA LA EDUCACIÓN, LA CIENCIA Y LA CULTURA. **Declaración de Incheon y Marco de Acción para la realización del Objetivo de Desarrollo Sostenible 4: Garantizar una educación inclusiva y equitativa de calidad y promover oportunidades de aprendizaje permanente para todos**. UNESCO, 2016. Disponible en: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000245656_spa. Acceso en: 26 oct. 2021. Acceso en: 21 oct. 2021.

ROMERO-SOTO, Cecilia. **Competencias de la Práctica Asociadas a la Formación Inicial de Profesores de Matemática** (Tesis de Magíster), Universidad de Playa Ancha de Ciencias de la Educación, Chile. 2018.

RUIZ, Guillermo. **La teoría de la experiencia de John Dewey: Significación histórica y vigencia en el debate teórico contemporáneo**. Foro de Educación, 11(15), 103-124. 2013.

TOULMIN, Stephen. **The uses of argument**. Nueva York: Cambridge University Press. 2003.

UNIVERSIDAD DE PLAYA ANCHA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN. **Modelo Educativo**. UPLA, 2011. Disponible en: http://www.upla.cl/inicio/2012_0327_modelo_educativo.pdf. Acceso en: 29 oct. 2021.

UNIVERSIDAD DE PLAYA ANCHA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN. **Proyecto Educativo**. UPLA, 2011. Disponible en: http://www.upla.cl/inicio/2012_0327_proyecto_educativo.pdf. Acceso en: 29 oct. 2021.

VYGOTSKY, Lev S. **El desarrollo de los procesos psicológicos superiores**. Buenos Aires: Grijalbo. 1979.

WENGER, Étienne. **Comunidades de práctica: Aprendizaje, significado e identidad**. Barcelona: Paidós. 2001.

CAPÍTULO 7

UNA MIRADA DESDE LA ETNOMATEMÁTICA A LA CONSTRUCCIÓN DE EMBARCACIONES ARTESANALES EN EL SUR DE CHILE

Data de aceite: 01/02/2022

Maribel Díaz-Neira
Universidad de Los Lagos
Osorno, Chile
ORCID 0000-0002-8990-0798

RESUMEN: El propósito de este trabajo de investigación se centró en conocer modos de matematización que realizan los carpinteros de ribera en la construcción de sus embarcaciones artesanales, además de identificar los saberes que son utilizados en su práctica de construcción, también establecer la relación que existe entre las matemáticas y la construcción de estas embarcaciones y determinar el cómo estos saberes se han generado y organizado por este grupo social, así como también analizar la permanencia de estos saberes en la carpintería y cómo es el proceso de difusión frente a los procesos de evolución cultural. Para ello se realizaron entrevistas no estructuradas con seis carpinteros de ribera de la Región de Los Lagos y de la Región de Aysén. Los fundamentos teóricos nos lo proporciona la Etnomatemática, con sus distintos exponentes, la Matemática y las herramientas de la Etnografía.
PALABRAS CLAVE: Etnomatemática, carpintería de ribera, matemática, etnografía.

A LOOK FROM THE ETHNOMATHEMATICS TO THE CONSTRUCTION OF CRAFT BOATS IN SOUTHERN CHILE

ABSTRACT: The purpose of this research work focused on knowing ways of mathematization that do the carpenters of the riverbank in the construction of their craft boats, in addition to identifying the knowledge that is used in their construction practice, also establishing the relationship that exists between the Mathematics and the construction of these boats and determine how these knowledge have been generated and organized by this social group, as well as analyze the permanence of this knowledge in the carpentry and how is the process of diffusion against the processes of cultural evolution. For this, unstructured interviews were conducted with six riverbank carpenters from the Los Lagos Region and the Aysén Region. The theoretical foundations are provided by Ethnomathematics, with its different exponents, Mathematics and the tools of Ethnography.
KEYWORDS: Ethnomathematics, riverside carpentry, mathematics, ethnography.

UM OLHAR DA ETNOMATEMÁTICA À CONSTRUÇÃO DE EMBARCAÇÕES ARTESANAIS NO SUL DO CHILE

RESUMO: O objetivo deste trabalho de pesquisa foi focado em conhecer formas de matematizar que os carpinteiros ribeirinhos realizam na construção de seus barcos artesanais, além de identificar os saberes que são utilizados em sua prática construtiva, estabelecendo também a

relação que existe entre a matemática e a a construção dessas embarcações e determinar como esse conhecimento foi gerado e organizado por esse grupo social, bem como analisar a permanência desse conhecimento na carpintaria e como se dá o processo de difusão em relação aos processos de evolução cultural. Para isso, foram realizadas entrevistas não estruturadas com seis carpinteiros ribeirinhos da Região de Los Lagos e da Região de Aysén. Os fundamentos teóricos são fornecidos pela Etnomatemática, com seus diferentes expoentes, a Matemática e as ferramentas da Etnografia.
PALAVRAS-CHAVE: Etnomatemática, carpintaria ribeirinha, matemática, etnografia.

INTRODUCCIÓN

La Etnomatemática es un campo de investigación en Educación Matemática que estudia la relación entre las matemáticas y la cultura de un pueblo, de un grupo social específico (Albanese, 2015) y se define como la forma de explicar, enseñar, diseñar, comprender, manejar, construir a partir de su propia cultura (D'Ambrosio, 1999).

La carpintería de ribera en lanchas pesqueras artesanales, es un oficio tradicional que refleja la identidad cultural de la zona sur austral de Chile. Los carpinteros de ribera poseen un profundo saber sobre la naturaleza y su entorno, la madera y su posterior transformación, la flotabilidad y el desplazamiento de las embarcaciones que construyen. Este conocimiento ha perdurado en las generaciones, gracias su transmisión oral, sin los aspectos formales en la enseñanza y aprendizaje, sólo en la palabra y la memoria de las generaciones anteriores, sostenido en un sistema propio utilizado en el diseño, la construcción y la medición, donde opera el patrimonio lingüístico-matemático vinculado al oficio.

Es así, que bajo la perspectiva de la Etnomatemática, este estudio se orienta a conocer e identificar modos de matematización en la construcción de sus embarcaciones, establecer la relación existente entre las matemáticas, el diseño y la construcción de estos navíos, comprender de qué modo estos saberes se han generado, organizado y difundido por este grupo social, así como también analizar la permanencia de estos saberes en la carpintería y cómo es el proceso de difusión frente al desarrollo de la evolución cultural.

MÉTODO Y MATERIALES

La metodología desarrollada en este trabajo es de corte cualitativo y de carácter interpretativo, siguiendo una aproximación etnográfica, dado que la base de este método de investigación es lingüístico-semiótica. (Hammersley & Atkinson, 1992).

El método de investigación fue un estudio de casos, con el uso de instrumentos varios de recolección de datos, como: entrevistas semiestructuradas, fotografías, grabaciones de audio, procediendo luego a la interpretación de las mismas, analizando las relaciones de significado que se produjeron a lo largo del proceso. (Hammerley &Atkinson 1992).

Aunque esta investigación no es un estudio etnográfico per se, se utilizaron en ella,

herramientas para la obtención información cualitativa, que pertenecen a la metodología etnográfica, como lo es por ejemplo; la entrevista, dada que es considerada dentro de los mismos etnógrafos, como una estrategia fundamental (Álvarez, 2008) de recolección de los datos, que permite no sólo describir los recursos simbólicos, sino que también interpretar las prácticas que caracterizan el trabajo desarrollado por la comunidad de los carpinteros de ribera, en particular. Siguiendo en estas entrevistas, el modelo de la conversación entre iguales y no un intercambio formal de preguntas y respuestas (Taylor & Bogdan, 1984).

Se entrevistaron a seis carpinteros de ribera, localizados en dos regiones del sur de Chile, tres de ellos en la Región de Los Lagos, en las localidades de Calbuco y Hualaihué y tres de la Región de Aysén en la localidad de Puerto Chacabuco y Puerto Aysén. Para realizar estas conversaciones, se visitó a cada uno de ellos en sus respectivos lugares de trabajo (astilleros), donde desarrollan sus labores de construcción y pudimos ver en directo cómo ellos diseñan, miden y construyen sus navíos.

Se usaron técnicas de análisis de las conversaciones, de la narrativa discursiva, de las respuestas dadas por los carpinteros en las entrevistas, análisis de las palabras de los códigos verbales, no verbales y/o gestuales.

DISCUSIÓN TEÓRICA Y RESULTADOS

Los carpinteros de ribera, tanto en el diseño como en la posterior construcción de los navíos artesanales, utilizan las matemáticas de la vida, lo que aprendieron en los pocos años de escolaridad que poseen, no más allá del quinto año de enseñanza básica, los conceptos de física y geometría que involucra la construcción de estos navíos, para que sean operativos y navegables, los aprendieron mediante la observación del trabajo de sus mayores. En este trabajo existen normas, reglas que no están escritas, no hay planos que definan por ejemplo, la curvatura que han de tener las cuadernas, ellos logran esto a través de la experiencia y la memoria ancestral, modelando la madera con sencillas herramientas, hasta conseguir lo deseado. Los problemas que surgen a lo largo del trabajo constructivo, los solucionan recurriendo a la memoria del cuerpo que les permite validar o rechazar lo modificado (Schimdt, 2018), y a los conocimientos adquiridos mediante la observación y copia del trabajo de sus padres y sus abuelos.

La carpintería de ribera nace en Chile por la simbiosis producida entre los conocimientos de construcción de navíos traída por los conquistadores españoles y la cultura huilliche-mapuche ubicada desde la zona sur de la Región de Los Ríos, hasta la Región de Los Lagos, principalmente en Chiloé continental e insular (Latcham, 1930; en Alcamán, 1997). De la original "dalca" de los huilliches, derivó hacia la "lancha chilota" por cuyas bondades ha sido reconocida en el mundo de la navegación y de la arquitectura naval, destacándose principalmente la arquitectura de su casco. Los requerimientos de la economía y la modernidad han sido determinantes en el reemplazo de estas lanchas

chilotas por las actuales embarcaciones artesanales, que tienen características de diseño un poco diferentes de aquellas; pero conservan en su integridad las técnicas de construcción. Dentro de estos cambios se encuentra, la incorporación de un motor, cuyo tamaño y caballaje dependerá del tamaño de la embarcación, y por ende el retiro de las velas, las que eran el sello identificativo de estas naves.

Dalca, imagen recuperada de www.lexicmariner.info/lexicd.html

Lancha Chilota, imagen recuperada de https://filanaval.blogspot.com

Lancha pesquera, imagen recuperada de https://filanaval.blogspot.com

En la actualidad, según el censo realizado por la Universidad Austral de Chile durante el 2018, existe una población total de carpinteros de ribera de 86 individuos, distribuidos en

cuatro regiones del sur de Chile.

Región	N° carpinteros
Los Lagos	53
Los Ríos	4
Aysén	14
Magallanes	15
Total	86

Tabla 1 - Distribución de la población de carpinteros de ribera

Autoría propia

Este oficio tuvo una gran relevancia en la historia, población y reconocimiento de los mares del sur del país, de las islas de Estrecho de Magallanes, con la construcción de la "Goleta Ancud" en los astilleros de Ancud, Chiloé, en 1843, en esa época había una población de alrededor de unos 200 carpinteros de ribera, los que participaron en la construcción de esta nave, con las maderas de la misma zona (Anrique, 1901).

Ahora, ¿por qué desarrollar esta investigación desde el enfoque de la etnomatemática? Primero definiremos qué es la Etnomatemática: Es el estudio de la relación entre las matemáticas y la cultura. Este término, Etnomatemáticas, fue acuñado por D'Ambrosio quien expone que, como resultado de un largo proceso de descolonización y de globalización, las culturas autóctonas entran en el proceso de redescubrir su historia y de valorizar sus tradiciones y conocimientos. Esto incluye las diferentes "*maneras de generar y organizar formas de comparar, clasificar, ordenar, cuantificar, inferir, medir, contar, es decir diferentes maneras de hacer matemáticas*". Para él, esto es la etnomatemática. Él estima que es muy difícil definir este término, como una acepción académica y da una explicación etimológica de la palabra al descomponerla en tres raíces, una de ellas es etno, comprendiendo por etno los diversos ambientes sociales, culturales, naturales. Después en la raíz griega mathema, que quiere decir explicar, entender, enseñar, manejarse; y un tercer componente que es thica ligado a la raíz griega tecni , que es el arte, técnicas de explicar, de entender, lidiar con el ambiente social, cultural y natural (Blanco, 2008). Para este autor, todas las áreas del conocimiento son indistinguibles y, en ese aspecto, la Etnomatemática no se agota con entender los saberes y los haceres de determinados grupos culturales, sino que además hay que entender el ciclo de la generación, organización intelectual, organización social y difusión de ese conocimiento. (D'Ambrosio, 2000).

Para Paulus Gerdes la etnomatemática es una historia cultural de la Matemática - etnohistoria – "*la que contribuiría para la recuperación cultural, siendo el factor generador de la autoconfianza social y cultural, como condición necesaria para el despertar de la imaginación*". (Gerdes, 2014) y hacer investigación en etnomatemáticas obligaría a

reconsiderar toda la historia de las matemáticas, sus objetivos, contenidos, significados, su rol cultural, en resumen, a toda la matemática. Dentro de lo que significa la relación Historia, Matemática y rescate cultural – etnomatemática – diría que otro aspecto que se presenta como muy importante en esta perspectiva, es la búsqueda por el reconocimiento de distintas formas de explicar y conocer (matemas) vigentes en grupos sociales en los días de hoy.

Bishop desarrolla la idea de que las matemáticas, al igual que el lenguaje, son un fenómeno pancultural, distinguiendo entre este fenómeno lo intra e intercultural y la forma particular de matemáticas que ha generado la disciplina internacional, y que en la actualidad se enseña en las escuelas y universidades, bajo el nombre de matemáticas.

Todas las culturas tienen educación matemática o manifestaciones matemáticas, las cuales pueden ser vistas o examinadas a través de seis actividades o procesos que conducen al desarrollo matemático, siendo éstas motivadas por necesidades relacionadas con el entorno y estimulando diversos procesos cognitivos. A saber: contar, medir, jugar, localizar, diseñar, explicar (Bishop, 1988).

Ahora, si observamos a la Educación Matemática desde el enfoque de la Pedagogía Crítica; que es por definición, la encargada del logro de los fines y propósitos de la educación como práctica social y en lo relativo a la Educación Matemática como proyecto social, es la Educación Matemática Crítica quien asume este reto, pues;

> "*hay que asumir que la enseñanza de las Matemáticas tienen una relación directa con la cultura y que de no enfrentarlo como tal, puede convertirse en un mecanismo de pérdida de identidad cultural en la medida en que, junto con las demás disciplinas, se enseñan y aprenden patrones culturales que son extraños a las propias culturas*" (Skovmose, 1999).

Entonces, para observar, analizar y estudiar las formas de aplicación de conceptos matemáticos, en la compleja construcción de navíos por parte de los carpinteros de ribera, recurrimos a este campo fundamental de investigación, que es la Etnomatemática, campo de investigación que nos fundamenta que cada cultura o grupo social, como es en este caso el grupo de los carpinteros de ribera, tiene sus propias formas de conocimiento, manifestándose éstas en su particular forma de explicar, conocer, aprender, saber, de hacer (D'Ambrosio, 2001), ellos explican y enseñan a sus descendientes aprendices desde muy jóvenes, en su lenguaje particular las técnicas aprendidas a su vez de sus padres y/o abuelos, usan las matemáticas que aprendieron en la escuela básica (la mayor escolaridad que presentan es 5° año básico), usan las herramientas con destreza y resuelven los problemas que se les presenta con lo que tienen a mano, en su entorno.

Nivel de escolaridad	N° de individuos
Sin escolaridad	0
1° básico	0
2° básico	1
3° básico	3
4° básico	0
5° básico	2

Tabla 2 - Escolaridad de los individuos en estudio

Autoría propia

Como campo de investigación la Etnomatemática, es más que una nueva forma de ver la matemática, la matemática de las etnias, como a veces se clasifica o define este concepto, esto va más allá, las matemáticas son el producto, la respuesta a las necesidades de resolución de problemas cotidianos, laborales y los que la sociedad les impone a los individuos. Desde esta perspectiva, las matemáticas son un producto social y cultural que se adapta al entorno del grupo social de los carpinteros, en este caso.

En cuanto a identificar estas características propias de los carpinteros en la utilización de los conceptos matemáticos, Millroy (1992) estableció diferentes categorías en las que es posible demostrar que los carpinteros, utilizan y se comprometen en una matematización válida, dentro de estas categorías está aquella que establece que: "*Los conceptos matemáticos convencionales que se incorporan a su práctica son: concepto de recta, paralelas, centro y eje de simetría, ángulo recto, triángulo, visualización espacial, de congruencia, de volumen, de proporción*". Esto se puede observar también en el trabajo de los carpinteros de ribera.

Por ejemplo: se puede determinar e identificar a través de la conversación con don Francisco, el concepto de paralelas, aunque en su lenguaje él no menciona éste término, en cambio dice "*que están en línea*".

Identificación del concepto Paralelismo
Don Francisco D.: Para que todo esto quede bien estabilizado el eje de crujía tiene que estar en línea con la quilla. M.D.: ¿Si el eje de crujía es imaginario, cómo podemos saber que está en línea como dice Ud.? Don Francisco D.: Así pues (y mueve su mano de canto de arriba hacia abajo varias veces).

Tabla 3 - Paralelismo

Autoría propia

Masingila (1994) observó en un grupo de trabajadores que colocan alfombras, que por ejemplo la "*medición de longitudes no representa ningún problema en los adultos y que*

para medir áreas establecen varios pasos a seguir":

- Establecer y medir las dimensiones.
- Calcular los materiales y trazar la estructura a construir
- Calcular los presupuestos.
- Establecer los tiempos y calcular el producto.

Puede verse que los carpinteros de ribera realizan las mismas acciones, con la excepción que ellos no hacen un trazado de la estructura a construir, no dibujan planos, sólo tienen una imagen mental del artefacto, la cual construyen a partir de otras embarcaciones ya construidas por ellos mismos u observadas de otros constructores.

Es necesario precisar que en el lenguaje de los maestros carpinteros no están presentes palabras técnicas y propias de las matemáticas, como por ejemplo: simetría, que para ellos significa igualdad y la mencionan como tal; paralelas, una pieza "*está en línea*" con otra pieza, etc., pero como establece Ludwig Wittgestein en Investigaciones Filosóficas (1999) donde analiza el lenguaje de las comunidades y distintos grupos sociales, lo importante no es la palabra en sí y su significado, sino que, el uso que se le dé por éstos a la palabra en sí, y es a través de este uso y significado que es posible la permanencia y difusión, la transmisión generacional del oficio de la carpintería de ribera.

A continuación se revisarán algunos conceptos matemáticos presentes en la construcción de los navíos artesanales.

Diseño y medidas

El diseño de un casco de una embarcación artesanal es de una gran complejidad y no hay un cálculo teórico hidrodinámico, los carpinteros de ribera, realizan el trabajo de diseño "a ojo", según su necesidad o el requerimiento de quien le mandata la construcción. Todas las embarcaciones de la región son iguales, en cuanto a estructura, solo cambian sus medidas, en ocasiones trazan a un dibujo en papel, a mano, solo para hacerse una idea general del trabajo a realizar, y el material a utilizar, cuánto tiempo les podría llevar realizar dicho trabajo y el costo aproximado que éste tendría.

La eslora de la embarcación (largo) está determinada por la quilla, y la regla establecida para ésta, es: "un centímetro de ancho por metro de quilla y el doble en altura". Es necesario entonces, la búsqueda del madero del largo necesario para ello. Las maderas a utilizar son de varios tipos, y varían según la región del país, pero ésta se debe caracterizar por su dureza y resistencia a la pudrición.

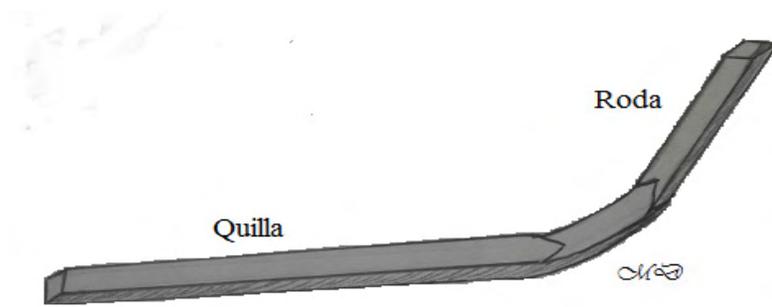



Figura 1. Quilla de una embarcación

Autoría propia

Para medir y establecer la curvatura de las piezas de madera como por ejemplo; las cuadernas, utilizan una herramienta llamada "escantillón" que es una especie de compás que mide magnitudes angulares y que sirve para establecer la inclinación entre la hoja metálica del escantillón y la pieza de madera, correspondiendo no numéricamente, sino que, materialmente, la magnitud angular exacta que debe tener la pieza. No todos usan la misma herramienta, ya que hay varios tipos de escantillones, metálicos y de madera, que fabrican ellos mismos. Otras sencillas herramientas de medir son: la cinta métrica y la escuadra, la que le permite marcar el ángulo de 90° y el de 45°.

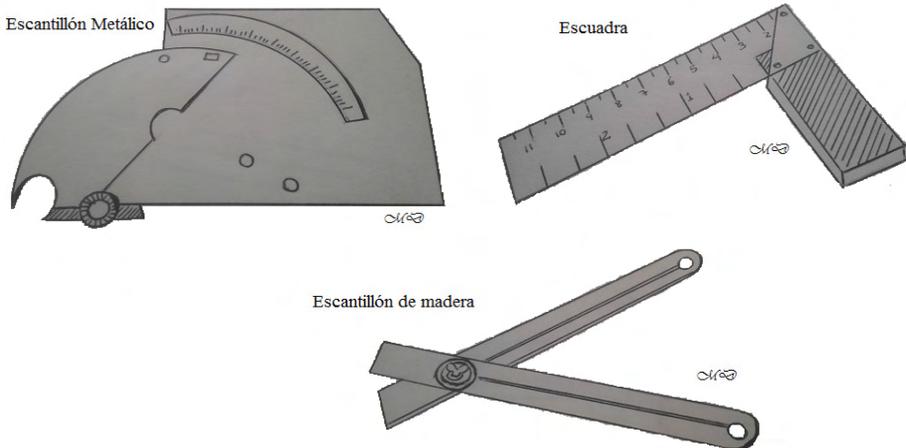



Figura 2. Herramientas para dibujar ángulos

Autoría propia

Simetría

Los carpinteros de ribera estiman que su embarcación construida, tiene que tener como condición de un trabajo bien hecho, que el plano de crujía debe ser igual en ambas partes; la crujía es un espacio imaginario del navío y es como se denomina al plano longitudinal de simetría de una embarcación; es decir, al espacio de proa a popa. Esta simetría se logra mediante la fabricación de forma espejada ("hacer espejos") de cada una de las piezas, por ejemplo las cuadernas, que son los maderos curvos que junto con la quilla conforman el esqueleto de la nave, las de babor son todas diferentes entre sí, pero deben ser exactamente iguales a las cuadernas que enfrentan de estribor, observándose aquí también en esta situación la correspondencia biunívoca de las piezas entre sí.

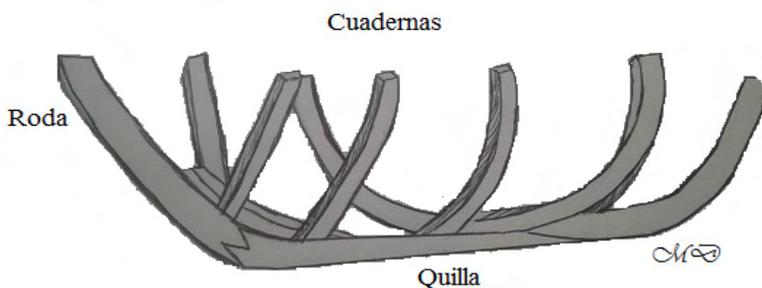



Figura 3. Cuadernas

Autoría propia

Proporcionalidad

Para trabajar la proporcionalidad, se basan en esta reglamentación tanto como en la necesidad particular y el maestro, para determinar las dimensiones del navío, se sabe por experiencia que una embarcación que tiene 7m de eslora (largo de la embarcación establecido por el largo de la quilla) tiene que tener como máximo 3,5m de manga (ancho de la embarcación), por razones de estabilidad y de carga, y que por reglamentación, ésta no puede ser superior a las 4 toneladas de carga. Por lo tanto una relación directa se encuentra entre las dimensiones de la manga y la eslora. Otra relación importante es la que existe entre la manga y el calado (distancia vertical entre un punto de la línea de flotación y la línea base o quilla) y según esta proporción es la que da una mayor estabilidad a la nave, aunque su desplazamiento se considera más lento que de aquellas naves que poseen un calado mayor y una menor manga (proporcionalidad inversa), pero sus naves no requieren de mayor velocidad, sino de una mayor estabilidad.

Proporcionalidad entre el largo y el ancho del navío
MD: Maestro ¿cuál es la razón de esas medidas? Maestro Almonacid: ¿cuáles? MD: Perdón, el largo y el ancho del navío. Maestro Almonacid: Ahh, usted quiere decir la eslora y la manga. MD: Sí. Maestro Almonacid: Bueno, si la eslora es de 7 metros, la manga no puede ser más ancha, que 3,5m porque si no, se ve fea, aparte que la lancha se pone lenta, pesá', necesitaría un motor más potente, más grande, lo que es muy caro, por el combustible que se gasta. MD: ¿Pero aparte de eso, tendría algún beneficio el ser más ancha? Maestro Almonacid: ¡Claro pueh! Es más estable, difícil de "voltiarse" (darse vuelta, volcarse).

Tabla 4 - Proporcionalidad

Autoría propia

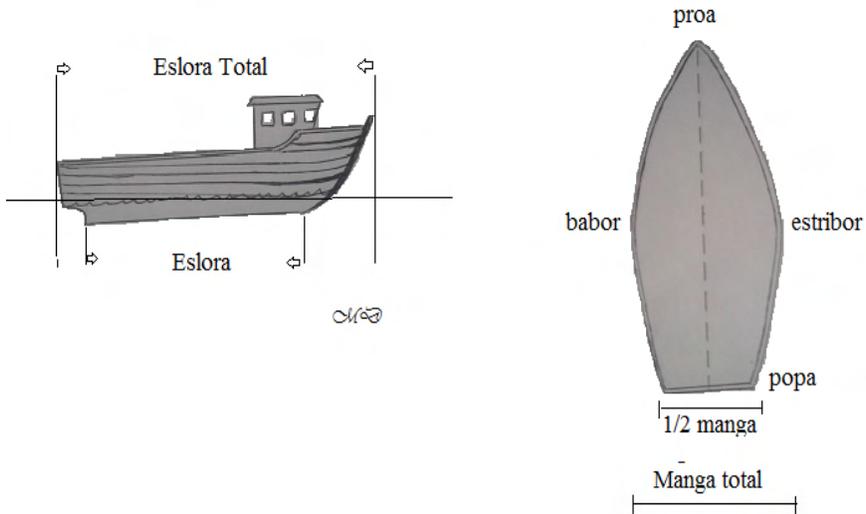



Figura 4. Manga y eslora de una embarcación

Autoría propia

Perpendicularidad

Este concepto se puede apreciar cuando se mide o establece el calado que tiene la nave, éste se mide trazando una vertical imaginaria entre un punto de la línea de flotación y la línea base o quilla, es una apreciación hecha "a ojo" por el maestro constructor. El calado (Cm) resulta de la diferencia entre Calado de popa con el Calado de proa.

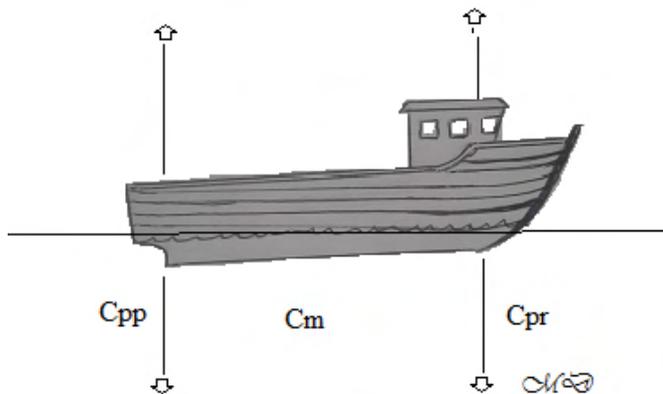



Figura 5. Calado de la embarcación

Autoría propia

CONCLUSIONES

Los carpinteros de ribera del sur de Chile, son capaces de construir complejas estructuras de madera, como son los navíos pesqueros artesanales, utilizando para ello, no cálculos complejos, sino que utilizan las matemáticas simples, aprendidas en sus pocos años de escuela, refrendadas en la experiencia vital y laboral, construyendo estrategias de resolución de problemas, matemáticamente.

La transferencia de estos conocimientos a las nuevas generaciones se sitúa en la oralidad, recurriendo a la memoria y experiencia de sus participantes más antiguos, ya que no existen registros escritos de cómo hacer, diseñar y construir estos navíos, no existen manuales que determinen las proporciones, sólo la experiencia les indica que para un determinado largo (eslora) se debe tener un ancho (manga) acorde a éste. Tampoco existe un registro escrito que indique que tipo de madera se debe usar, para la quilla por ejemplo u otra pieza en específico, sólo su profundo conocimiento de la naturaleza le indica qué madera es la apropiada, según para el uso que se le dará.

Si nos situamos en el contexto en el cual ellos desarrollan estas actividades, podemos comprender estos procesos mentales con los cuales ejecutan y transmiten a los aprendices sus conocimientos. De la misma forma, estos conocimientos han permanecido en el tiempo, a pesar de que los requerimientos del avance de los materiales y la modernidad, han hecho que cada vez vaya disminuyendo la cantidad de personas que se dedica a este hermoso y noble oficio.

REFERENCIAS

Albanese, V. (2015), *Desarrollo de una tesis doctoral en Etnomatemática: Construcción de una investigación emergente*, Revista Latinoamericana de Etnomatemática, vol. 8, núm. 2 pp. 381-397.

Alcaman, E. (1997), *Las Organizaciones Mapuche-Williches,* (Borrador), Asociación Indígena Weyoi, Conadi, Osorno.

Anrique, N. (1901), *Diario de la Goleta Ancud*, recuperado de www.memoriachilena.gob.cl

Álvarez, C. (2008), *La etnografía como modelo de investigación en educación*, Gazeta de Antropología, N°10.

Blanco, H. (2008), *Entrevista a Ubiratán D'Ambrosio*, Revista Latinoamericana de Etnomatemática, ISSN 2011-547, Vol. 1, N°1, págs. 21-25.

D'Ambrosio, U. (2000), *Etnomatemáticas: una propuesta pedagógica a la civilización cambiante*, Conferencia de Clausura del I Congreso Brasileño de Etnomatemáticas, Universidad de Sao Paulo, 1 -4 de noviembre.

Gerdes. P., (2014 Reedición), *Ethnomathematics and Education in África*, ISTEG, Belo Horizonte, Mozambique.

Hammersley, A & Atkinson, P. (1992), *Etnografía: Métodos de Investigación*: Barcelona, Paidós.

Masingila, J., (1994), *Mathematics Practice in Carpet Laying*, Antropology and Education Quartely, vol. 25, núm 4, pp 430-462.

Millroy, L. (1992), *Un estudio etnográfico de las ideas matemáticas de un grupo de carpinteros*, Monografía Número 5, ERIC.

Schimdt, P. (2018), *Métodos alternativos en la construcción tradicional de los carpinteros de ribera del sur de Chile*, Memoria de una práctica, ARQ (Santiago) (98), 160-164.

Skovsmose, O. (1999), *Hacia una Filosofía de la Educación Matemática Crítica*, Centro de Impresión Digital Cargraphics S.A. Colombia.

Taylor, S. & Bogdan, R. (1984), *Introducción a los métodos cuantitativos de investigación*. Barcelona: Paidós.

Wittgestein, L. (1999), *"Investigaciones filosóficas*", Ediciones Altaya.

SOBRE OS ORGANIZADORES

AMÉRICO JUNIOR NUNES DA SILVA - Professor do Departamento de Educação da Universidade do Estado da Bahia (Uneb - Campus VII) e docente permanente do Programa de Pós-Graduação Mestrado em Educação, Cultura e Territórios Semiáridos - PPGESA (Uneb - Campus III). Atualmente coordena o Núcleo de Pesquisa e Extensão (NUPE) do Departamento de Educação da Uneb (DEDC7). Doutor em Educação pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), Mestre em Educação pela Universidade de Brasília (UnB), Especialista em Psicopedagogia Institucional e Clínica pela Faculdade Regional de Filosofia, Ciências e Letras de Candeias (IESCFAC), Especialista em Educação Matemática e Licenciado em Matemática pelo Centro de Ensino Superior do Vale do São Francisco (CESVASF). Foi professor e diretor escolar na Educação Básica. Coordenou o curso de Licenciatura em Matemática e o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) no Campus IX da Uneb. Foi coordenador adjunto, no estado da Bahia, dos programas Pró-Letramento e PNAIC (Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa). Participou, como formador, do PNAIC/UFSCar, ocorrido no Estado de São Paulo. Pesquisa na área de formação de professores que ensinam Matemática, Ludicidade e Narrativas. Integra o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (CNPq/UFSCar), na condição de pesquisador, o Grupo Educação, Desenvolvimento e Profissionalização do Educador (CNPq/PPGESA-Uneb), na condição de vice-líder e o Laboratório de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (CNPq/LEPEM-Uneb) na condição de líder. É editor-chefe da Revista Baiana de Educação Matemática (RBEM) e da Revista Multidisciplinar do Núcleo de Pesquisa e Extensão; e coordenador do Encontro de Ludicidade e Educação Matemática (ELEM).

ANDRÉ RICARDO LUCAS VIEIRA - Doutorando em Educação pela Universidade Federal do Sergipe - UFS/PPGED. Mestre em Educação de Jovens e Adultos pela Universidade do Estado da Bahia - UNEB/MPEJA (2018), com Especialização em Tópicos Especiais de Matemática (2020), Ensino de Matemática (2018), Educação de Jovens e Adultos (2016), Matemática Financeira e Estatística (2015) e Gestão Escolar (2008). Licenciado em Matemática pela Universidade Nove de Julho (2000). Atualmente é professor efetivo do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão Pernambucano - IF Sertão/PE. Coordenou o Curso de Licenciatura em Matemática pelo Plano Nacional de Formação dos Professores da Educação Básica - PARFOR pela Universidade do Estado da Bahia - UNEB, Campus XVI - Irecê-BA. Membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Formação de Professores e Tecnologias da Informação e Comunicação - FOPTIC (UFS/CNPq) e do Laboratório de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática - LEPEM (UNEB/CNPq). É editor assistente da Revista Baiana de Educação Matemática - RBEM, uma publicação do Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Territórios Semiáridos - PPGESA da Universidade do Estado da Bahia - UNEB, Campus III - Juazeiro/BA em parceria com o Campus VII - Senhor do Bonfim/BA da mesma instituição e com o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão Pernambucano - IF Sertão-PE, Campus Santa Maria da Boa Vista/PE.

ÍNDICE REMISSIVO

A

C

E

F

G

I

M

N

O

P

R

S

T

CUTTING-EDGE RESEARCH IN MATHEMATICS AND ITS APPLICATIONS

Atena Editora
Ano 2022

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

CUTTING-EDGE RESEARCH IN MATHEMATICS AND ITS APPLICATIONS

Atena Editora
Ano 2022

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br